

Propuesta de mejora del sistema de control y manejo de inventarios de una empresa de alimentos bajo el enfoque de dinámica de sistemas y la metodología de superficies de respuesta.

Diego F. Montoya Váquiro y Juan D. Montoya Villegas

Universidad Tecnológica de Pereira

Máster en Investigación de Operaciones y Estadística

Msc. Luis Felipe Ríos Herrera

Abril de 2021

Tabla de contenido

Introducción	8
Planteamiento del problema.....	10
Objetivos	11
Objetivo General	11
Objetivos específicos	11
Marco teórico	12
Gestión de Inventarios.	12
Factores que intervienen en el diseño de un sistema de inventarios.....	13
Factores de costos	14
Otros factores	19
Modelos de políticas de inventarios.....	26
Modelo de cantidad económica de pedido (EOQ)	27
Políticas de inventarios con demanda probabilística	34
Evolución, limitaciones y técnicas de solución de las políticas de inventarios	47
Dinámica de sistemas.....	50
Estructura y comportamiento elemental en dinámica de sistemas.....	53
De la estructura:	53
Del Comportamiento:.....	58
La dinámica de sistemas en el control de inventarios.....	59
El diseño de experimentos y la simulación.....	63
Diseño metodológico	67
Desarrollo del trabajo.....	68
Análisis de la información de entrada.....	68
Análisis de costos de inventarios	68
Costos de llevar el inventario.....	68

Costos de preparación	69
Análisis de la demanda	70
Modelamiento del sistema de inventarios.....	75
Cálculo de los modelos de inventarios.....	75
Modelos de simulación para inventarios.....	80
Estructura de los modelos de simulación.....	81
Modelamiento de las ventas.....	82
Modelamiento de las ventas perdidas	84
Modelos de revisión continua (s,Q) y (S,s).....	85
Modelos de revisión periódica (R,S) y (R,s,S)	88
Submodelos de costos y nivel de servicio.....	90
Diseño de experimentos	95
Comparación de las políticas de inventarios.....	96
Mejoramiento del desempeño del sistema de inventarios (S,s)	102
Análisis de potencia	103
Diseño factorial completo	106
Diseño Box Behnken	110
Mejoramiento del desempeño del sistema de inventarios (R,S)	116
Análisis de potencia	117
Diseño factorial completo	119
Diseño de Box Behnken.....	122
Resultados	123
Conclusiones	126
Recomendaciones	127
Trabajos Futuros	128

Referencias.....	129
Apéndice	136
Anexo 1. Ventas diarias en Kilogramos.	136
Anexo 2.1 Configuración del modelo (Q,s) en Stella.....	138
Anexo 2.2 Configuración del modelo (S,s) en Stella.....	138
Anexo 2.3 Configuración del modelo (R,s) en Stella	139
Anexo 2.4 Configuración del modelo (R,s,S) en Stella.....	139
Anexo 3. Corridas experimentales para el DCA.....	140

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Revisión de factores que intervienen en los inventarios.</i>	<i>13</i>
<i>Tabla 2. participación de los costos de llevar inventarios.....</i>	<i>16</i>
<i>Tabla 3. Aspectos y características para la clasificación de SKU's.....</i>	<i>19</i>
<i>Tabla 4. Clasificación de modelos de control de inventarios</i>	<i>27</i>
<i>Tabla 5. inventario de seguridad basado en faltantes</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 6. Costo de llevar el inventario (r).....</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 7. Costo de hacer un pedido (A)</i>	<i>70</i>
<i>Tabla 8. Modelos de pronósticos y medidas de exactitud</i>	<i>73</i>
<i>Tabla 9. Resumen de parámetros de entrada</i>	<i>75</i>
<i>Tabla 10. Modelo s, Q.....</i>	<i>76</i>
<i>Tabla 11. Modelo S,s.....</i>	<i>76</i>
<i>Tabla 12. Modelo R, S.....</i>	<i>79</i>
<i>Tabla 13. Modelo R, s, S.....</i>	<i>79</i>
<i>Tabla 14. Elementos del diagrama de Forrester y uso en los inventarios.....</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 15. Distribución de las ventas</i>	<i>83</i>
<i>Tabla 16. Costos del modelo matemático vs costos promedio del modelo de simulación</i>	<i>95</i>
<i>Tabla 17. Diseño completamente al azar</i>	<i>96</i>
<i>Tabla 18. ANOVA para el DCA</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 19. Prueba simultánea de Tukey.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 20. Información agrupada prueba de Tukey.....</i>	<i>99</i>
<i>Tabla 21. Prueba de normalidad DCA.....</i>	<i>100</i>

Tabla 22. Prueba de Bartlett para el DCA	101
Tabla 23. Niveles de los factores.....	102
Tabla 24. Conjunto de datos para correr la prueba de potencia.	103
Tabla 25. Tabla de signos del diseño 2^3	106
Tabla 26. Matriz de diseño de Box Behnken para tres factores.	111
Tabla 27. Niveles de los factores.....	116
Tabla 28. Conjunto de datos para correr la prueba de potencia.	117
Tabla 29. Análisis estadístico del modelo (S,s) optimizado.....	124

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Ciclo de vida de un producto	23
Ilustración 2. clasificación de los tipos de demanda	23
Ilustración 3. Patrones irregulares de comportamiento de la demanda	25
Ilustración 4. Nivel de inventario para determinar el tamaño óptimo de pedido.....	29
Ilustración 5. TRC en función de EOQ.....	31
Ilustración 6. Sistema de inventarios (s, Q).....	38
Ilustración 7. Metodología para determinar el punto de reorden y la σ_1	40
Ilustración 8. Sistema de Revisión (R, S)	45
Ilustración 9. Estructura y comportamiento de un sistema	51
Ilustración 10. estructura sistémica de un proceso de llenado de un vaso de agua	53
Ilustración 11. Amplificación exponencial de un bucle positivo y negativo	55
Ilustración 12. Diagrama buque de realimentación negativa	55
Ilustración 13. Estructura de realimentación negativa (a) y su comportamiento (b)	56
Ilustración 14. Estructura de realimentación positiva (a) y su comportamiento (b)	57
Ilustración 15. bucle de realimentación negativa con un retraso (a) y su comportamiento (b)	58
Ilustración 16. Cadena de suministro de Forrester	60
Ilustración 17. Modelo general de manejo de inventarios de Sterman	62
Ilustración 18. Esquema general de un estudio de simulación	64
Ilustración 19. a) superficie de respuesta y b) óptimo del modelo (s,Q).....	65
Ilustración 20. Serie de tiempo (a) y gráfica de probabilidad normal (b)	71
Ilustración 21. función de autocorrelación (a) y autocorrelación parcial (b).....	72
Ilustración 22. Pronósticos de suavización exponencial.	73
Ilustración 23. Gráfica de residuos del pronóstico.....	74
Ilustración 24. Estructura general de los modelos de inventarios	82
Ilustración 25. Modelo para simular las ventas y configuración	84
Ilustración 26. Modelo para simular las ventas perdidas	84

<i>Ilustración 27. Modelo de simulación (s, Q).....</i>	<i>86</i>
<i>Ilustración 28. Modelo de simulación (s, S)</i>	<i>87</i>
<i>Ilustración 29. Modelo de simulación (R, S).....</i>	<i>88</i>
<i>Ilustración 30. Modelos de simulación (R,s,S).....</i>	<i>90</i>
<i>Ilustración 31. Submodelo de simulación para los costos de faltantes.....</i>	<i>91</i>
<i>Ilustración 32. Submodelo de simulación para los costos de ordenamiento</i>	<i>92</i>
<i>Ilustración 33. Submodelo de simulación de costo de mantener inventario</i>	<i>93</i>
<i>Ilustración 34. Submodelo de simulación del nivel de servicio</i>	<i>94</i>
<i>Ilustración 35. Supuestos del DCA.....</i>	<i>100</i>
<i>Ilustración 36. Supuesto de independencia para el DCA.....</i>	<i>101</i>
<i>Ilustración 37. Perillas para cambiar los niveles del modelo (S,s).....</i>	<i>103</i>
<i>Ilustración 38. Configuración de la prueba de potencia</i>	<i>105</i>
<i>Ilustración 39. Curva de poder y tamaño de muestra para el diseño factorial de 2 niveles.</i>	<i>105</i>
<i>Ilustración 40. Gráfico de Pareto y efectos normales estandarizados diseño factorial</i>	<i>106</i>
<i>Ilustración 41. Análisis de varianza mejorado y residuos del diseño factorial completo.....</i>	<i>107</i>
<i>Ilustración 42. Gráfica de efectos principales y de interacción del diseño factorial</i>	<i>108</i>
<i>Ilustración 43. Gráfica de cubo del diseño factorial.....</i>	<i>110</i>
<i>Ilustración 44. Representación geométrica del diseño de Box Behnken.....</i>	<i>111</i>
<i>Ilustración 45. Gráfico de Pareto y efectos normales estandarizados diseño Box Behnken</i>	<i>112</i>
<i>Ilustración 46. Análisis de varianza mejorado y residuos del diseño factorial completo.....</i>	<i>113</i>
<i>Ilustración 47. Optimización de parámetros con el diseño de Box Behnken</i>	<i>114</i>
<i>Ilustración 48. Superficie de respuesta y gráfica de contorno del diseño de Box Behnken.....</i>	<i>115</i>
<i>Ilustración 49. Perillas para cambiar los niveles del modelo (S,s).....</i>	<i>117</i>
<i>Ilustración 50. Curva de poder y tamaño de muestra para el diseño factorial de 2 niveles.</i>	<i>118</i>
<i>. Ilustración 51. Gráfico de Pareto y efectos normales estandarizados diseño factorial</i>	<i>119</i>
<i>Ilustración 52. Análisis de varianza y residuos del diseño factorial completo</i>	<i>120</i>
<i>Ilustración 53. Gráfica de efectos principales y de interacción del diseño factorial</i>	<i>120</i>
<i>Ilustración 54. Gráfica de cubo del diseño factorial.....</i>	<i>122</i>
<i>Ilustración 55. Dinámica del sistema de inventarios (S,s).....</i>	<i>123</i>
<i>.Ilustración 56. Inventario promedio n=30 réplicas</i>	<i>125</i>
<i>Ilustración 57. Dinámica de las ventas perdidas de n=30 réplicas.....</i>	<i>125</i>

Índice de ecuaciones

<i>Ecuación 1. Costo de llevar el inventario por año.....</i>	<i>17</i>
<i>Ecuación 2. costo de ordenar o fabricar una cantidad x.....</i>	<i>18</i>
<i>Ecuación 3. Costo anual incurrido por las reposiciones</i>	<i>30</i>
<i>Ecuación 4. Costo anual de llevar el inventario</i>	<i>30</i>
<i>Ecuación 5. inventario promedio</i>	<i>30</i>
<i>Ecuación 6. Costo total relevante</i>	<i>31</i>
<i>Ecuación 7. tamaño económico de pedido EOQ derivando la función de costos respecto a Q</i>	<i>31</i>
<i>Ecuación 8. Inventario de seguridad basado en servicio al cliente, fracción especificada p2</i>	<i>37</i>
<i>Ecuación 9. Cálculo del punto de reorden.....</i>	<i>39</i>
<i>Ecuación 10. Probabilidad de que ocurra un stockout durante el tiempo de reposición</i>	<i>40</i>
<i>Ecuación 11. Número esperado de unidades del faltante en cada ciclo de reposición.....</i>	<i>40</i>
<i>Ecuación 12. Inventario neto o a la mano promedio</i>	<i>40</i>
<i>Ecuación 13. Valor esperado del número de reposiciones por año</i>	<i>40</i>
<i>Ecuación 14. Regla de decisión fracción especificada (P2) de demanda satisfecha directamente del inventario a la mano.....</i>	<i>41</i>
<i>Ecuación 15. Regla de decisión fracción especificada (P2) de demanda satisfecha directamente del inventario a la mano.....</i>	<i>42</i>
<i>Ecuación 16. Regla de decisión para un costo especificado B1 por la ocurrencia de cada stockout.</i>	<i>42</i>
<i>Ecuación 17. Regla de decisión para una fracción especificada del costo por unidad del faltante (B2).....</i>	<i>43</i>
<i>Ecuación 18. Regla de decisión para una fracción especificada del costo por unidad del faltante y por unidad de tiempo (B3).</i>	<i>43</i>
<i>Ecuación 19. Regla de decisión para el tiempo promedio especificado entre stockouts (TBS)</i>	<i>44</i>
<i>Ecuación 20. intervalo de revisión R y el tamaño del pedido S</i>	<i>46</i>
<i>Ecuación 21. Estadístico de tukey para comparación de medias</i>	<i>98</i>
<i>Ecuación 22. Diseño Box Behnken de segundo orden.....</i>	<i>110</i>

Introducción

El control o administración del inventario es un problema al que cotidianamente se enfrentan las empresas, dado que, un manejo inadecuado de los inventarios puede afectar la continuidad en el mercado de una organización, generando así problemas que según (Valencia Cárdenas, Serna Diaz, & Correa Morales, 2015) perjudican la rentabilidad, el buen servicio y los costos, entre otros aspectos, por malas prácticas o prácticas conflictivas, como el sobre ordenamiento o la disminución de existencias; quedando la organización poco preparada para responder a cambios abruptos externos, tales como alteraciones en la demanda y los precios, lo cual hace necesario que la planeación, evaluación y control de los inventarios se establezcan como actividades de trascendental importancia para el cumplimiento de los objetivos de la empresa.

Para toda empresa es de importancia conocer la cantidad de inventario que se debe tener, con el fin de mantener un balance donde no se presenten pérdidas ni costos excesivos en el mantenimiento del inventario. Para ello se deben responder: ¿Con que frecuencia debe revisarse el inventario del ítem? ¿Cuándo se debe realizar un pedido del ítem? y ¿Qué cantidad debe ordenarse en cada requisición?, teniendo en cuenta las variaciones que se presentan en la demanda, dado que para un modelo determinista es fácil dar una respuesta certera, pero cuando se trata de inventarios estocásticos es más complejo.

La problemática evidenciada anteriormente se aborda desde la integración de técnicas de simulación continua con técnicas estadísticas, teniendo en cuenta que la configuración de los niveles de los parámetros que afectan directamente el sistema de inventarios sean los más propicios para la minimización de los costos totales de operación, costos que se componen del costo de realizar un pedido, el costo de mantener el inventario y el costo de faltantes.

Para el uso de las técnicas nombradas, se pretende modelar matemáticamente dos sistemas de revisión continua: (Q,s) y (S,s) , y dos sistemas de revisión periódica: (R,S) y (R,s,S) de acuerdo con la revisión de la literatura. Con estos modelos se busca obtener una solución inicial para así realizar la simulación de cada sistema de inventarios mediante un modelo continuo en el software Stella, a partir de las simulaciones realizadas, utilizar técnicas del diseño experimental con el software Minitab que permitan en primera instancia, conocer si hay diferencias significativas entre

un modelo u otro de cada sistema de inventarios, para así, proceder a seleccionar los modelos más competitivos y aplicar en segunda instancia, diseños factoriales completos y superficies de respuesta con métodos de segundo orden, especialmente el diseño de Box Behnken, que permitan determinar los niveles óptimos de los parámetros que afectan el costo total del sistema de inventarios. Por último, se selecciona el sistema de inventarios más preciso para la compañía y se realiza un análisis del comportamiento del sistema en el tiempo.

Planteamiento del problema

Los estudios de manejo de inventarios y almacenamiento de productos terminados en el pasado y en la actualidad han representado un gran reto económico para las compañías, pues en el futuro empresarial, la gestión del inventario es uno de los factores operacionales críticos que puede explicar el éxito o el fracaso de las empresas modernas en todo tipo de industrias.

De acuerdo con (Ziukov, 2015) el interés en el control de inventarios sigue siendo grande y más cuando la formulación de un modelo de inventarios adecuado es una de las principales preocupaciones de la industria, dado que no existe una solución estándar, y las condiciones en cada empresa son únicas e influyen varias características y diferentes limitaciones.

Teniendo en cuenta lo anterior, el problema de administración de inventarios radica en el desfase que se presenta entre la demanda y la producción, dado que, al presentarse falta de integración entre estos eslabones de la cadena de suministro, surgen complicaciones en el manejo de los almacenes de producto terminado por existencias en excesos y faltantes de producto, lo cual, afecta directamente los costos operacionales asociados al inventario y el nivel de servicio percibido por el cliente.

Por ende, este tipo de problemas pueden solventarse por medio de modelos y algoritmos matemáticos que permitan minimizar los costos de los problemas del desbalanceo de inventarios, pero en el ejercicio práctico una programación creada con algoritmos de optimización no puede satisfacer todas las restricciones del problema que se presentan en el manejo de inventarios, aunque si pueden funcionar como un buen punto de inicio para la solución del problema, donde de acuerdo con (S. Wang, Wang, Zhao, & Han, 2019), debido a la incertidumbre de la hora de llegada del pedido y la demanda aleatoria, es difícil realizar el cálculo utilizando métodos matemáticos generales, por lo cual, es importante vincular la tecnología de simulación por computadora que puede combinar dinámicamente los componentes y factores que influyen en el sistema a través del modelado, reflejando de manera integral la dinámica real del sistema.

Es por lo anterior que se requiere la aplicación de modelos matemáticos y de simulación para ayudar al administrador de inventarios a controlar condiciones experimentales o restricciones difíciles de implementar en el sistema real, así como en la estimación del desempeño del sistema

al evaluar la eficacia de diversas políticas de inventarios, con el fin de determinar una nueva política de control de inventarios que permita reducir los costos de almacenamiento y así mejorar la competitividad de la empresa, teniendo en cuenta que, la demanda en cualquier periodo es una variable aleatoria en la cual es posible que ocurran interrupciones y variaciones, así como la existencia de variaciones en los tiempos reales de entrega en lugar de una constante conocida.

¿Qué política de control y manejo de inventarios debe implementarse para darle tratamiento de manera óptima a la aleatoriedad de la demanda y que permita minimizar los costos operacionales de almacenamiento de una empresa del sector de alimentos?

Objetivos

Objetivo General

Determinar una política de control y manejo de inventarios con demanda estocástica para el almacenamiento de producto terminado que minimice los costos operacionales de una empresa de alimentos mediante el uso de modelos matemáticos de inventarios, de simulación y técnicas de optimización estadística.

Objetivos específicos

- Realizar un análisis de la información recolectada y suministrada por la empresa que defina el comportamiento de las variables de entrada y la función de costos.
- Seleccionar los modelos matemáticos de inventarios con demanda estocástica que se adaptan al caso de estudio de acuerdo con la revisión de la literatura.
- Diseñar un modelo de simulación para cada política de inventarios seleccionada que permita generar cambios en los niveles de las variables controlables que intervienen en la función de costos y las variables de rendimiento.
- Utilizar la metodología de superficie de respuesta para optimizar los niveles de los factores que afectan significativamente la respuesta.
- Realizar un análisis estadístico con la solución más competitiva que defina la política de control y manejo de inventarios de la compañía.

Marco teórico

Gestión de Inventarios.

Los inventarios son acumulaciones de materias primas, provisiones, componentes, trabajo en proceso y productos terminados que aparecen en numerosos puntos a lo largo del canal de producción y de logística de una empresa (Ballou, 2004), de la misma manera (Singh & Verma, 2018) indican que el inventario está compuesto por materias primas, productos en proceso y productos terminados y se considera uno de los activos más importantes de una empresa que están listos o estarán listos para la venta.

De acuerdo con (Singh & Verma, 2018) la gestión de inventario es la parte de la gestión de la cadena de suministro que planifica, implementa y controla el flujo y el almacenamiento eficiente hacia adelante y hacia atrás de bienes, servicios e información relacionada entre el punto de origen y el punto de consumo para cumplir con los requerimientos del cliente, es decir, que la gestión de inventario se define como “el proceso continuo de planificación, organización y control de inventario que tiene como objetivo minimizar la inversión en inventario mientras se equilibra la oferta y la demanda”. Específicamente, el proceso es una supervisión del suministro, almacenamiento y accesibilidad de los artículos con el fin de garantizar un suministro adecuado sin un exceso de oferta.

Según (Vidal Holguin, 2010) lo interesante del problema de manejo y control de los inventarios es que puede ocurrir prácticamente en cualquier empresa del sector industrial, comercial o de servicios, los cuales, administran de una u otra forma materias primas o productos terminados, donde las causas fundamentales para la necesidad de mantener inventarios en cualquier empresa se debe a las fluctuaciones de la demanda y de los tiempos de reposición (Lead Times). Por lo tanto, (Vidal Holguin, Londoño, & Contreras, 2004) y debido a que las causas que generan la necesidad de mantener inventarios no pueden ser eliminadas totalmente, y que la inversión en algunas tecnologías de información y planeación avanzada puede resultar muy costosa y de alto riesgo para la mayoría de las organizaciones locales, una de las mejores alternativas puede ser aplicar modelos eficientes de gestión y control para responder a dichas causas.

Factores que intervienen en el diseño de un sistema de inventarios.

Con el fin de realizar un modelo de control de inventario y poder analizar su desempeño, es preciso identificar primordialmente cuáles son los factores que intervienen en los sistemas de inventarios, para esto se evidencia en autores como (Ballou, 2004; Bowersox, Closs, & Cooper, 2013; Chopra & Meindl, 2013; Taha, 2012; Vidal Holguin, 2010) quienes clasifican los factores y componentes más importantes que influyen en el diseño de un sistema de administración de inventarios (Tabla 1), donde se evidencia que los autores en este apartado presentan similitudes en sus posturas frente a los factores de costos de mantener y los costos de preparar inventarios, y al mismo tiempo se identifican diferencias en varios componentes que pueden ser claves al momento de determinar un modelo de inventarios en el entorno empresarial.

Tabla 1. Revisión de factores que intervienen en los inventarios.

Factores	Ballou	Vidal Holguin	Taha	Bowersox, Closs, & Cooper	Chopra & Meindl	Hiller & Liberman
Costo de compra por unidad		X	X			
Costos de existencias, llevar o mantener inventarios	X	X	X	X	X	X
Costos Almacenamiento y manejo	X	X	X	X	X	
Costos de ocupación de espacio	X	X	X	X	X	X
Costo de oportunidad o de capital	X	X	X	X	X	X
Costos de seguros e impuestos	X	X		X		X
Costos de riesgo, obsolescencia, deterioro y depreciación	X	X		X	X	
Costo de rescate o salvamento						X
Costo de preparación, ordenamiento o fabricación	X	X	X	X	X	X
Costo de preparación de formatos	X	X				
Costo de correos	X	X				
Costo de llamadas	X	X				
Costo de autorización de pedidos	X	X				
Costos de recepción e inspección	X	X				
Costos de manejo de facturas	X	X				
Costo tiempo del comprador					X	
Costo de transporte					X	
Costos de recepción administrativos					X	
Otros costos	X	X			X	

Costos por escasez de inventarios	X	X	X			X
Costos por pérdida de ventas	X	X				X
Costo pedido pendiente	X	X				X
Otros Factores	X	X	X	X		
Ciclo de vida del producto		X				
Diversidad de ítems (SKU)		X				
Tipos de inventarios	X	X				
Tiempo de reposición		X				
Tipo y patrón de demanda	X	X	X			
Nivel del servicio				X		
Filosofía de manejo del inventario	X					

Fuente: Elaboración propia

Factores de costos

Generalmente, las empresas expresan el costo de manejo de inventario de un artículo por cierto período de tiempo, como un porcentaje de su respectivo valor, donde, el costo anual de tener una unidad en inventario fluctúa normalmente entre el 20 y el 40% de su valor, por ejemplo, si el costo de manejo de inventario de una empresa es de 30% y el valor promedio del inventario total equivale al 20% de las ventas, entonces el costo promedio anual de manejo de inventario será el 6% $[0.30(0.20)]$ del total de las ventas. Este costo es considerable en términos de márgenes de ganancias brutas, los cuales a menudo son menores del 10% (Carro Paz & González Gómez, 2010).

Donde la función de costos genérica del modelo de inventarios es:

Ecuación 1. Función de costos totales de inventario

$$\text{Costo total del inventario} = \text{Costo Compra} + \text{Costo de mantener} + \text{Costo de pedir} + \text{Costo de faltantes}$$

Para determinar cómo los factores de costos afectan a los sistemas de inventarios, se debe tener en cuenta si la empresa objeto de estudio pertenece al sector comercial o al sector productor, dado que dependiendo de esta diferencia se pueden presentar grandes variaciones en la manera en que se realiza la estimación de costos, por lo cual, se presenta a continuación las principales características de los factores que afectan los sistemas de control de inventarios.

- **Costo de compra por unidad (v):** Para productores. Se prefiere, medir el valor real del dinero invertido en el ítem (costo variable de producción) para hacerlo apto para su utilización como producto terminado para el consumidor final. Este costo es muy

importante, ya que el costo de llevar el inventario depende de él (Vidal Holguin, 2010). En los casos del sector comercial se refiere al precio por unidad del artículo y se tienen en cuenta los descuentos por cantidad (Taha, 2012).

- **Costos de existencias, llevar o mantener inventarios (r):** representa el costo de mantener las existencias de inventario hasta que se vende o se usa. Incluye el interés sobre el capital, el costo del almacenamiento, mantenimiento y manejo (Taha, 2012), así como el costo del capital invertido, espacio, seguros, protección e impuestos atribuibles al almacenamiento. Desde otra perspectiva, se puede evaluar de manera continua o por periodo. En este caso puede ser una función de la cantidad máxima que se guarda durante un periodo, de la cantidad promedio en el almacén o de la cantidad en inventario al final del periodo (Hiller & Liberman, 2010).

Por otro lado, (Chopra & Meindl, 2013) indican que el costo de manejo debe incluir únicamente los costos incrementales de recepción y almacenamiento que varían con la cantidad de producto recibido, donde los costos de manejo, independientes de la cantidad que varía con el número de pedidos, deben incluirse en el costo de pedido, dado que, con frecuencia, el costo de manejo dependiente de la cantidad no cambia si la cantidad varía dentro de un rango, ya que, si la cantidad está dentro de este intervalo, el costo de manejo incremental agregado al costo de almacenamiento es cero y si la cantidad manejada requiere más recursos se añade un costo incremental de manejo al costo de retención. (Chopra & Meindl, 2013)

Entre los distintos autores que argumentan la importancia del costo de mantener el inventario, en (Ballou, 2004) se describe a un buen nivel de detalle cada uno de los costos asociados a mantener el inventario.

Costos de almacenamiento y manejo: Se refieren a los costos de operar la bodega, incluyendo la mano de obra utilizada, las actividades de recepción, almacenamiento, inspección y despacho.

Costos de espacio: Si la bodega es arrendada, estos costos se estiman generalmente por unidad de peso por cada período de tiempo, pero si el espacio es de la empresa, los costos de espacio se determinan de acuerdo con los costos de operación asociados con dicho espacio, tales como climatización e iluminación, y costos fijos, tales como los costos del edificio y del equipo, basados en el volumen que se maneja en la bodega.

Costos de oportunidad: Representan la mayor proporción de los costos de llevar el inventario. Aunque, es el costo menos tangible de todos los componentes del costo de inventario y puede estar representado en el promedio de las tasas mínimas de retorno de la empresa o en las inversiones más rentables a las que la empresa tiene acceso.

Seguros e impuestos: dependen del inventario disponible. Los seguros se toman como prevención contra incendio, robo, daños, etc. Los impuestos se pagan dependiendo de los sistemas contables y generalmente se cobran de acuerdo con los valores en libros de los inventarios.

Costos de riesgo: Representan los costos de obsolescencia, deterioro y depreciación del inventario. Estos costos pueden determinarse del costo de ítems perdidos, o del costo de actualización mediante trabajo adicional para recobrar el estado normal del producto, o de reponer el producto desde otra localización.

El valor de rescate o salvamento: Es el valor de un artículo sobrante cuando no se requiere más del inventario. Para la empresa, el valor de rescate representa el valor de desecho del artículo, quizá a través de una venta con descuento. El negativo del valor de rescate se llama costo de recuperación. Si existe un costo asociado al hecho de poder deshacerse de un artículo, el costo de recuperación puede ser positivo, por lo cual, cualquier costo de recuperación se incorpora al costo de mantener (Hiller & Liberman, 2010).

En la Tabla 2 se presenta el porcentaje de participación de cada uno de los costos descritos anteriormente, que sumados representan los costos de llevar el inventario.

Tabla 2. participación de los costos de llevar inventarios

Componentes del costo	Porcentaje del total
Interés y costos de oportunidad	82.00%
Obsolescencia y depreciaciones	14.00%
Almacenamiento y manejo	3.25%
Impuestos	0.50%
Seguros	0.25%
TOTAL	100.00%

Fuente: Tomado de (Vidal Holguin, 2010)

Por lo cual, (Vidal Holguin, 2010) el costo de llevar el inventario en dinero (\$) se calcula mediante la siguiente expresión:

Ecuación 2. Costo de llevar el inventario por año

Costo de llevar el inventario por año = $\bar{I}vr$

Donde:

\bar{I} = Inventario promedio anual en unidades Inventario

$\bar{I}v$ = Inventario promedio anual expresado en unidades monetarias

r = El costo de llevar el inventario expresado en %/año o en \$/(\$ año)

- **Costo de pedido, ordenamiento o fabricación (A):** Cada vez que una empresa solicita insumos tiene que abonar el gasto que implica la elaboración de una orden de compra en el caso de un comercializador, o de una orden de producción en el caso de una planta manufacturera. Cuando se trata de un mismo artículo, el costo de hacer un pedido es el mismo, independientemente del tamaño del pedido. También se requiere el tiempo para preparar la documentación, realizar el seguimiento y recibir la mercancía solicitada. Para un productor este costo puede incluir los costos relacionados con el montaje de maquinaria fija, los costos de alistamiento (mano obra, limpieza, e instalaciones nuevas, herramientas o aparatos) para preparar las máquinas, la transmisión y control de la orden en la planta, es decir, los costos de preparación o *set-up* (Carro Paz & González Gómez, 2010; Vidal Holguin, 2010).

El costo de pedido se estima como la suma de todos sus costos, por lo cual, es importante que el costo de pedido incluya sólo el cambio incremental en el costo real para un pedido adicional, donde el costo de pedido suele ser una función escalonada que es cero cuando no se utiliza totalmente el recurso, pero toma un valor grande cuando éste se utiliza por completo. (Chopra & Meindl, 2013). Es decir, que el costo de ordenar o fabricar una cantidad x se puede representar por una función $v(x)$, donde la función es directamente proporcional a la cantidad ordenada o producida, es decir, $v * x$, donde v representa el precio unitario pagado. Otro supuesto común es que $v(x)$ se compone de dos partes: un término que es directamente proporcional a la cantidad ordenada o producida y un término que es una constante K para x positiva y 0 para $x = 0$ (Hiller & Liberman, 2010),

Ecuación 3. costo de ordenar o fabricar una cantidad x

$$\text{costo de ordenar} - x \text{ unidades} = v(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ K + vx & \text{si } x > 0, \end{cases}$$

donde K = costo fijo o de preparación y v = costo unitario. La constante K incluye el costo administrativo de ordenar o, cuando se fabrica.

Costos por escasez de inventarios (B): Es la penalización en que se incurre cuando se agotan las existencias. Incluye la pérdida potencial de ingresos, la interrupción de la producción y el costo subjetivo de pérdida de lealtad del cliente (Taha, 2012). Generalmente se expresa como un porcentaje del costo del ítem, donde pueden ocurrir tres posibilidades: 1) Se genera una orden pendiente y una serie de acciones especiales deben ser emprendidas, como son órdenes adicionales, planeación urgente de producción, transporte especial, etc., lo que aumenta el costo del ítem comparado con el canal normal de distribución. 2) Se pierde la venta totalmente y puede usarse como una primera aproximación la utilidad perdida como el costo de falta de inventario. 3) Se produce una combinación de ambas, por ejemplo, cuando el cliente decide aceptar una orden pendiente parcial. Cualquiera de las tres posibilidades que ocurra, genera unos costos que no son difíciles de medir, pero el hecho de no tener el inventario disponible puede generar mala imagen y descontento en los clientes, lo cual puede ocasionar pérdida de ventas futuras y este factor es muy difícil o imposible de cuantificar en forma práctica. Por lo cual, se prefiere, utilizar valores conservativos, de tal forma que no se generen altos costos de faltantes y el control del inventario mantenga un nivel de servicio alto (Vidal Holguin, 2010).

Los costos descritos anteriormente son conflictivos en el sentido de que el incremento de uno puede provocar la reducción de otro (por ejemplo, pedir con más frecuencia eleva el costo de preparación pero reduce el costo de retención del inventario), por lo tanto, el propósito de la minimización de la función de costo del inventario total es balancear estos costos conflictivos (Taha, 2012).

Otros factores

Diversidad de ítems: En la gestión de producción y operaciones, las empresas a menudo deben lidiar con muchos productos diferentes o unidades de mantenimiento de existencias (SKU). Aquí, los SKU se refieren a artículos de stock que son completamente específicos en cuanto a función, estilo, tamaño, color y, generalmente, ubicación (Silver, Pyke, & Peterson, 1998).

De acuerdo con (van Kampen, Akkerman, & van Donk, 2012) las políticas de inventario de estos diferentes SKU están influenciadas por las características del producto, las diferencias en el volumen de ventas anual, la previsibilidad de la demanda, el valor del producto o los requisitos de almacenamiento que pueden dar lugar a políticas de inventario diferentes. Como consecuencia, las empresas que venden una amplia variedad de SKU a menudo luchan con el control de sus sistemas de inventario. Por lo tanto, en situaciones de la vida real, generalmente se considera ventajoso distinguir un número limitado de clases de SKU en función de las características de estos SKU (ver Tabla 3), dado que, esto permite a las empresas tomar decisiones sobre la estrategia de gestión del inventario y servicio al cliente para clases completas de SKU en lugar de para cada producto por separado. Para crear una clasificación SKU, se deben responder dos preguntas simples: ¿Cuántas clases se están usando? Y ¿cómo se determinan los límites entre las clases?

Tabla 3. Aspectos y características para la clasificación de SKU's

ASPECTO	CARACTERISTICAS
Costo y apariencia física	Costo, peso, volumen, color, forma, estado físico
Ítems perecederos	Por deterioro con el tiempo, por robos.
Modo de almacenamiento	Contenedores, barriles, estantes, estibas, sobre el piso, en cajas de cartón, refrigerados o con condiciones controladas, etc..
Modo de empaque	Por unidad, docenas, cientos, promociones, etc.
Tiempo despacho	Horas, días, semanas e incluso meses.
Demanda	<ul style="list-style-type: none"> ○ Por unidades, docenas etc. ○ Como ítem sustituto a otro ○ Como ítem complementario

	○ Transporte: Recogidos por el cliente, por camiones propios o tercerizado.
--	---

Fuente: Adaptado de (Vidal Holguin, 2010)

Así, puede concluirse que las decisiones que comprenden los sistemas de inventarios se ven complicadas por la gran variedad de SKUs que pueden existir. El arte de la modelación matemática consiste, en parte, en la identificación de las características básicas para diferenciar SKUs, y en la agregación de estos en grupos uniformes que permitan simultáneamente reducir su cantidad y conservar sus características fundamentales, de tal forma que los modelos matemáticos que se apliquen sean manejables en la práctica (Vidal Holguin, 2010).

Tipos de inventarios: Otra perspectiva aplicable a los inventarios consiste en clasificar cada uno de ellos según la forma en que fueron creados. En este contexto, (Carro Paz & González Gómez, 2010) indican que existen cuatro tipos de inventarios para un determinado artículo: del ciclo, de seguridad, de previsión y en tránsito, mientras (Ballou, 2004) define seis tipos funcionales de inventarios incluyendo el inventario de congestión y el inventario de separación.

Nivel del servicio (β): Es una medida especificada por la administración, que define los objetivos de desempeño del inventario. El nivel de servicio se mide en términos de un tiempo de ciclo de pedido, de las tasas de abastecimiento, de la línea y de pedidos, o cualquier combinación de ellos. El ciclo de desempeño es el tiempo transcurrido entre la liberación de un pedido de compras por un comprador hasta la recepción del embarque. La tasa de abastecimiento es el porcentaje de unidades de un pedido que se embarca según lo solicitado. La tasa de abastecimiento de la línea es el porcentaje de líneas del pedido llenas por completo. El abastecimiento del pedido es el porcentaje de los pedidos del cliente provisionados por completo. Por lo cual, la administración del inventario debe integrarse en la cadena de suministro para lograr los objetivos generales de servicio (Bowersox et al., 2013).

En investigaciones realizadas para la selección de políticas de inventarios se puede evidenciar la importancia del nivel del servicio por ejemplo en (Rossi, R., Kilic, O.A., and Tarim, 2015) consideraran varias medidas de nivel del servicio como α = nivel de servicio

en cada período, β_1 = nivel de servicio independientemente para cada ciclo de reabastecimiento y el nivel de servicio clásico β al cual le agregaron varias restricciones, en (Ozen, U., Dogru, M.K., and Tarim, 2010) consideraron tanto costos de penalización como el nivel de servicio para demostrar que la política óptima era la política de stock base para modelos restringidos de penalización y de nivel de servicio, así mismo (Kim Cuc, Thi, & Le Thuy, 2019) indica que la selección de una política inapropiada de inventario puede causar exceso de existencias o falta de existencias y dar como resultado un aumento en el costo total y una reducción del nivel del servicio al cliente, igualmente (Saha & Ray, 2019) presenta que la gestión de inventario debe ser compatible con sus operaciones y características críticas, que garanticen la minimización del costo real relacionado con el inventario, así como con la maximización del nivel del servicio, Por lo tanto en (Bijvank, M., & Vis, 2012; Chang, J., Lu, H., & Shi, 2019) determinan que el objetivo principal debe ser minimizar la probabilidad del riesgo de desabastecimiento, lo cual influye directamente en la maximización del nivel del servicio. Mientras que, (Jizi Li, Guo, & Zuo, 2008) clarifican que el objetivo es hacer que el promedio del nivel de servicio durante los tiempos de entrega sea lo más cercano posible a un nivel de servicio objetivo predefinido.

Tiempo de reposición o lead time (L): Es el tiempo que pasa entre el momento de expedir una orden y el momento en que se tienen los artículos listos para ser demandados por el cliente. Siendo este factor de fundamental importancia para el control de los inventarios, dado que durante el tiempo de reposición puede ocurrir una falta de inventario por los bajos niveles en existencias (Vidal Holguin, 2010).

Según (Dolgui, Ben Ammar, Hnaïen, & Louly, 2013) tradicionalmente y en la mayor parte de la literatura, los tiempo de entrega de los pedidos se consideran fijos o deterministas, ignorando la incertidumbre del tiempo de entrega, siendo cierto que, en algunos casos especiales, la variabilidad del tiempo de entrega no tiene ningún efecto y puede ignorarse. Sin embargo, con mayor frecuencia, las fluctuaciones del tiempo de entrega influyen fuertemente en el rendimiento del sistema de inventarios y provocan altos costos, donde este descuido de la incertidumbre del tiempo de entrega se ha presentado a favor de estudiar la incertidumbre de la demanda. Por otro lado, (Gutiérrez & Vidal, 2008) indican que el tratamiento de la aleatoriedad del lead time no es un campo de estudio nuevo y que las cinco principales formas de tratar los tiempos de reposición para la toma de

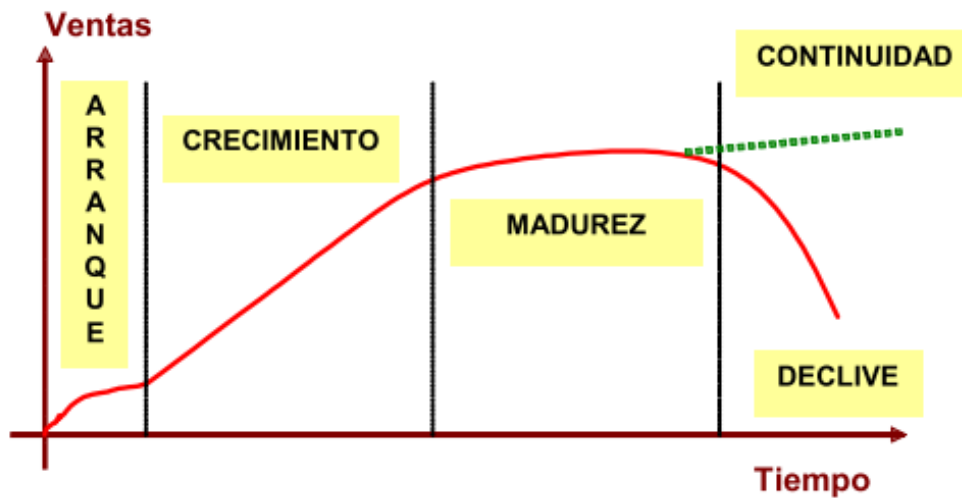
decisiones en un sistema de inventarios es asumir que los lead times son: 1) nulos, es decir, tasa de reposición infinita, 2) diferentes de cero y deterministas, 3) diferentes de cero, aleatorios y son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d), 4) diferentes de cero, aleatorios pero no i.i.d; 5) el último caso es analizar la demanda durante el lead time a través de pronósticos y crear el lead time de seguridad. En las primeras dos técnicas expuestas el lead time se considera fijo o como variable independiente e idénticamente distribuida (i.i.d), mientras que en los tres siguientes casos se considera el lead time como un fenómeno aleatorio, en (Gutiérrez & Vidal, 2008) se puede encontrar una revisión que exhibe como se ha utilizado cada una de las últimas tres técnicas nombradas, siendo de relevancia el análisis de la demanda durante los tiempos de reposición y la creación del lead time, donde en (Snyder, Koehler, Hyndman, & Ord, 2004) se presenta que la técnica de suavizamiento exponencial se utiliza a menudo para pronosticar la demanda en el tiempo de entrega (lead time demand LTD), así mismo los autores proporcionan las fórmulas para calcular las medias y las varianzas del LTD para una amplia variedad de métodos de suavizamiento exponencial teniendo en cuenta las tendencias y los efectos estacionales de la demanda.

Por otro lado, y en términos del análisis de los tiempos de entrega de pedidos cuando son aleatorios, se presentan que estos se pueden ajustar a una distribución de probabilidad conocida o empírica, así como se expone en (Kelle & Silver, 1990) que estudiaron una reducción en el inventario de seguridad teniendo en cuenta que el tiempo de entrega del suministro seguía una distribución Weibull, (Kim, Sun, He, & Hayya, 2004) desarrollaron una solución aproximada a un modelo de inventarios asumiendo un comportamiento en los tiempos de entrega Erlang, (Godichaud & Amodeo, 2013) proponen varias políticas de control de inventarios asumiendo tiempos de entrega que se distribuyen normalmente, mientras (Mhada, Malhame, Pellerin, & Gharbi, 2013) abordaron un modelo de inventarios cuando el tiempo de entrega se distribuye bajo un comportamiento exponencial.

Ciclo de vida del producto: Representa las diferentes etapas comerciales (Ilustración 1) por las que pasa la mayoría de los bienes. Desde el punto de vista de la gestión de inventarios, el ciclo de vida se debe tener en cuenta por la influencia que tiene en el patrón de la demanda, junto con la estacionalidad y la tendencia, de las que se debe dar cuenta

para poder mantener los niveles de servicio deseados. (Vidal Holguin, 2010) Debido a que no es lo mismo el control de inventarios de un producto cuando está en su fase de arranque o introducción al mercado, que cuando está en su fase de crecimiento o en su fase de madurez, donde la diferencia radica que en la fase de introducción debe garantizarse un inventario adecuado en lugares claves que responda a la demanda creciente del producto, mientras en la fase de madurez puede optimizarse el control del inventario dejando solo aquellos lugares claves y racionalizando los niveles de existencias.

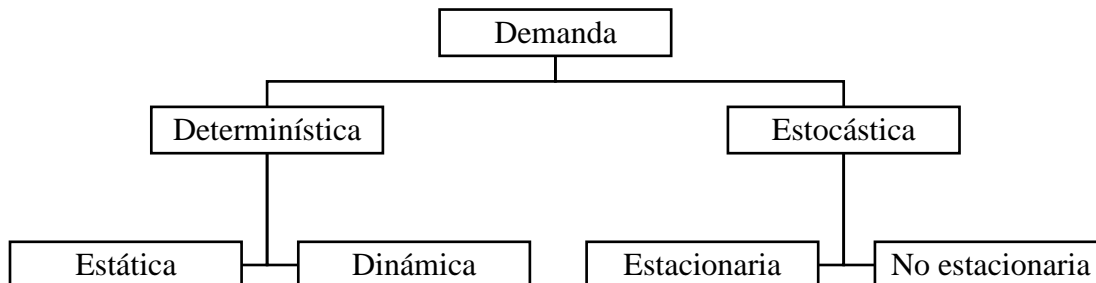
Ilustración 1. Ciclo de vida de un producto



Tomado de (Vidal Holguin, 2010)

Tipos de demanda: Los tipos de demanda (Ilustración 2) se pueden clasificar en demanda determinista, la cual se conoce exactamente, a diferencia de la demanda probabilística que no se conoce con exactitud.

Ilustración 2. clasificación de los tipos de demanda



Fuente: Tomado de (Ziukov, 2015)

La demanda determinista puede ser de dos tipos: el primer tipo es estático, que no tiene ninguna variación y la cantidad demanda es conocida o puede ser computada con

certeza. El segundo tipo es dinámico, donde este tipo de demanda varía con el tiempo, pero se conoce con certeza la forma en que varía la demanda (Ziukov, 2015)

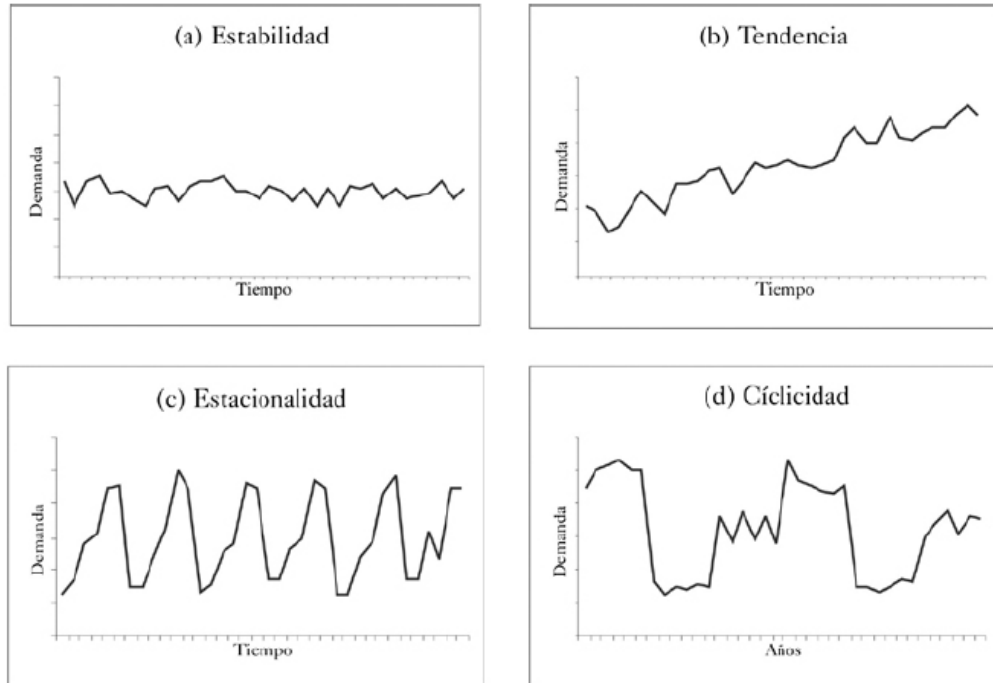
Igual a la demanda determinística, la demanda probabilística puede ser de dos tipos: estacionaria o no estacionaria. Donde (Peña, 2005) indica que la manera de observar el comportamiento de la demanda a lo largo del tiempo en intervalos regulares es mediante una serie temporal, por lo cual se define el concepto de estabilidad o estacionariedad cuando las series oscilan alrededor de un nivel constante, mientras que una serie no es estacionaria cuando las series no se mantienen en un nivel constante.

Según (Silver, 2008) se tienen varias opciones para modelar el proceso de demanda cuando es probabilística: 1) Mediante una distribución estacionaria con parámetros conocidos, donde la demanda sigue una distribución de probabilidad que es conocida o se puede estimar a partir de los datos históricos mediante pruebas de bondad y ajuste, donde comúnmente se utilizan la distribución normal, gamma, poisson y binomial negativa. 2) Distribuciones estacionarias conocidas pero con parámetros no conocidos o con pocos datos históricos, donde los métodos bayesianos se pueden utilizar para elaborar pronósticos (Valencia Cárdenas et al., 2015). 3) Distribución estacionaria desconocida, la cual tiene dos posibles enfoques: el primero es utilizar métodos libres de distribución minmax (minmax distribution free) propuestos en (Moon, I., & Gallego, 1994) que consiste en encontrar la distribución más desfavorable para cada variable de decisión y luego minimizar la variable de decisión, mientras que el otro enfoque es utilizar bootstrapping que implica el muestreo repetido de datos históricos limitados. 4) Demanda probabilística no estacionaria, donde este tipo de demanda (Ziukov, 2015) se comporta como una caminata aleatoria que evoluciona con el tiempo, con cambios regulares en su dirección y tasa de crecimiento o disminución.

Patrones de comportamiento de la demanda: En términos generales la demanda se puede comportar de dos formas: regular o irregularmente. Un comportamiento irregular es donde la demanda se presenta de forma intermitente y aleatoria, es decir, que los datos no presentan un patrón fundamental de comportamiento. En el caso regular, la demanda presenta un comportamiento predecible que puede reflejarse en pronósticos futuros. Entre

estos comportamientos irregulares los patrones de comportamiento que se presentan son: estabilidad, tendencia, estacionalidad, ciclicidad y aleatoriedad (Castro Zuluaga, 2008).

Ilustración 3. Patrones irregulares de comportamiento de la demanda



Fuente: tomado de (Castro Zuluaga, 2008).

Continuado con (Castro Zuluaga, 2008):

La *estabilidad* se refiere al comportamiento de los datos cuando en una serie de tiempo estos se encuentran dispersos a lo largo de una línea horizontal, es decir que no existen aumentos o disminuciones consistentes en el tiempo.

La *tendencia* se relaciona con el aumento o disminución consistente de los datos históricos a lo largo del tiempo, donde el comportamiento puede ser lineal, exponencial, logarítmico entre otros

La *estacionalidad* es donde los datos de la demanda fluctúan de acuerdo con un índice o factor estacional, presentándose movimientos que se repiten cada cierto periodo de tiempo de forma regular. La estacionalidad puede ser estable o con tendencia.

La *ciclicidad* de comportamiento similar a la estacionalidad, salvo que los movimientos repetitivos se presentan en periodos de tiempo superiores a un año. Los

patrones cíclicos son muy difíciles de pronosticar, debido a que su duración no es constante y los ciclos no necesariamente se repiten en los mismos periodos de tiempo.

La *aleatoriedad* presente en cada uno de los gráficos de la Ilustración 3, son movimientos no predecibles de los datos en el tiempo, a los cuales no se les puede asignar una causa. Siendo esta una de las principales causas de que existan errores al momento de pronosticar, y dado que los errores del pronóstico se comportan normalmente, se puede concluir entonces que la aleatoriedad también es un patrón de comportamiento irregular.

Modelos de políticas de inventarios

Las investigaciones científicas sobre gestión de inventarios se remontan hacia la segunda década del siglo pasado, pero el interés en esta área científica sigue siendo grande y más cuando la formulación de un modelo de inventarios adecuado es una de las principales preocupaciones de la industria, dado que no existe una solución estándar, y las condiciones en cada empresa son únicas e influyen varias características y diferentes limitaciones, siendo así una tarea el desarrollo de modelos matemáticos que permitan determinar una estrategia óptima del control de inventarios en situaciones que cambian rápidamente (Ziukov, 2015).

La determinación de una estrategia óptima de control de inventarios permite a las empresas aumentar la eficiencia de uso de sus recursos al liberar una cantidad de activos congelados en forma de existencias, y (Vidal Holguin, 2010) para lograr el aumento de la eficiencia en cualquier sistema de administración de inventarios se deben resolver tres preguntas para cada ítem en particular:

- ¿Con que frecuencia debe revisarse el inventario del ítem?
- ¿Cuándo se debe realizar un pedido del ítem?
- ¿Qué cantidad debe ordenarse en cada requisición?

Estas preguntas son fundamentales en el proceso decisorio general y serán la clave para definir las características de los diferentes tipos de control de inventarios.

Continuando con (Ziukov, 2015), los modelos de manejo de inventarios difieren en la naturaleza de la información disponible sobre las propiedades del sistema simulado, es decir, cuando el valor de los parámetros del modelo están definidos, la naturaleza del modelo matemático es determinística, mientras que si los parámetros del sistema son valores aleatorios con

probabilidad conocida, la naturaleza del modelo es estocástica. Por otro lado, si todos los parámetros del modelo no cambian en el tiempo, este es llamado estático, lo contrario sería dinámico, donde los modelos estáticos son utilizados cuando se recibe una decisión de un periodo determinado sobre los niveles de reserva y dinámico en el caso de la toma de decisiones secuencial sobre el nivel del stock o para ajustar decisiones anteriores, teniendo en consideración los cambios que se estén produciendo. Cuando no se pueden instalar patrones estáticos de cambio en los parámetros del sistema, es necesario resolver el problema de manejo de inventarios en la fase de incertidumbre.

La incertidumbre empresarial se puede clasificar en dos grupos: la incertidumbre ambiental que incluye la incertidumbre más allá del proceso de producción, como la incertidumbre de la demanda y la incertidumbre de la oferta. Mientras la incertidumbre del sistema, está relacionada con el proceso de producción, donde se presenta la incertidumbre en el rendimiento de las operaciones, la calidad, fallos del sistema de producción entre otros (Ho, 1989). Por lo cual, en términos de la teoría de la gestión de inventarios se ha dado una evolución con la aparición de modelos que tienen en cuenta la incertidumbre, los cuales se pueden clasificar como se presenta en la Tabla 4.

Tabla 4. Clasificación de modelos de control de inventarios

Propósito	Por periodo
<ul style="list-style-type: none"> • Modelos de cantidad económica de pedido • Modelos de cantidad económica de producción • Modelos de tamaño económico de lote 	<ul style="list-style-type: none"> • Modelos de periodo único • Modelos de periodos múltiples
Por Política de seguimiento	Por cantidad de artículos
<ul style="list-style-type: none"> • Modelos de sistemas de revisión continua • Modelos de sistemas de revisión periódica 	<ul style="list-style-type: none"> • Modelos de un solo articulo • Modelos de varios artículos

Fuente: Tomado de (Ziukov, 2015)

Modelo de cantidad económica de pedido (EOQ)

El modelo de la cantidad económica de pedido, más conocido como modelo EOQ, fue introducido originalmente por Harris en 1913 en su estudio titulado *How many parts to make at once* y popularizado por Wilson en 1934 en *A scientific routine for stock control*. El modelo se estableció inicialmente para proporcionar una guía a los gerentes al momento de pedir artículos a

sus proveedores, donde (Torres, Ballesteros, & Villa, 2014) el modelo original de EOQ asume las siguientes condiciones:

- La demanda anual para el ítem es determinística y se conoce con certeza. Siendo este supuesto especialmente problemático en situaciones en las que la demanda varía de un mes a otro o de una temporada a otra a lo largo del año. (Silver et al., 1998) argumenta que si la variación de la demanda de un periodo a otro es suficientemente baja (coeficiente de variación cuadrado menor de 0.2), el modelo original de EOQ puede utilizarse sin una gran degradación de los resultados.
- El costo unitario del artículo se conoce y debe ser fijo, siendo así un supuesto razonable en términos prácticos cuando las empresas negocian un contrato de precio fijo a largo plazo. Los costos de pedido y mantenimiento anual de la empresa deben ser independientes del tamaño de la cantidad del pedido y estacionarios, es decir que no varían significativamente.
- El tiempo de entrega es conocido y constante. Este supuesto se aplica en la práctica cuando la empresa tiene un proveedor de alta calidad que cumple con los pedidos de manera consistente dentro del mismo período de tiempo. Esta situación se vuelve menos aplicable en la práctica cuando los proveedores se ubican lejos de la empresa porque los envíos pasan más tiempo en tránsito y están sujetos a mayor incertidumbre.
- No se aplican limitaciones de capacidad o financiera para la empresa o su proveedor. Esto es especialmente aplicable a los productos fabricados contra stock que están disponibles inmediatamente en el centro de distribución de un proveedor, así como a los artículos baratos para los cuales la empresa tiene amplias reservas de efectivo para pagar los pedidos.
- No se permiten desabastecimientos, es decir, la empresa pide suficientes artículos para satisfacer toda la demanda.

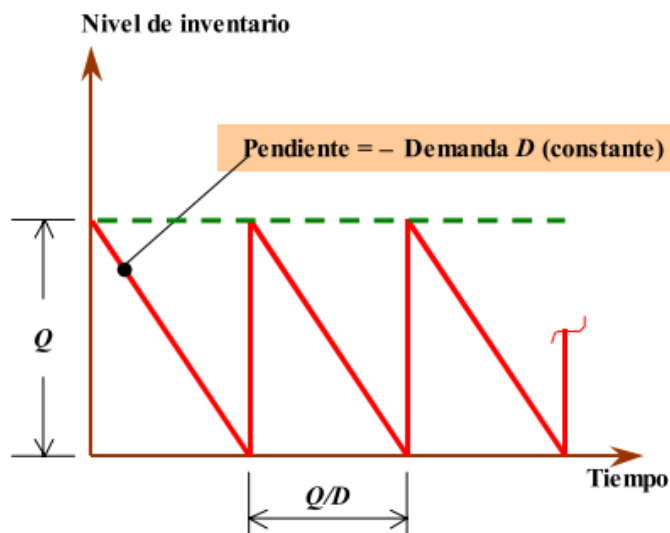
De acuerdo con las suposiciones anteriores, este modelo aparenta ser de importancia mínima para casos reales. Sin embargo, este caso es pieza fundamental para la construcción de otros modelos de mayor complejidad (Vidal Holguin, 2010). Siendo así su objetivo principal determinar la cantidad óptima de pedido, EOQ, que minimiza su costo total relevante anual.

Costo Total Relevante (TRC): Se utiliza para diseñar la estructura de la función objetivo. De acuerdo con (Silver, 2008) se deben tener en consideración cuatro categorías de costos relevantes para la toma de decisiones en los inventarios. 1) Costos de reposición de

inventario (compra o producción y ordenamiento o preparación); 2) Costos de mantenimiento del inventario; 3) Costos de suministro insuficiente en el corto plazo (Ventas perdidas u ordenes pendientes); 4) Costos de control del sistema. Según (Vidal Holguin, 2010) los últimos dos costos no son relevantes para el sistema y para el caso del control de inventarios de ítems individuales. Por lo tanto y cumpliendo con los supuestos establecidos anteriormente el TRC está dado por los dos primeros componentes de costos.

A continuación, se presenta la situación de inventarios típica (Ilustración 4) y su notación.

Ilustración 4. Nivel de inventario para determinar el tamaño óptimo de pedido



Fuente: Tomado de (Vidal Holguin, 2010)

Se considera que la mejor solución es ordenar siempre la misma cantidad Q . Esto se debe gracias al supuesto de que todos los parámetros son estacionarios. Además, dado que la demanda es determinística, que el tiempo de reposición es igual a cero y que no se incluyen ordenes pendientes, es posible concluir que lo mejor es ordenar cuando el inventario disponible alcance el nivel cero. Por lo cual, las dos primeras preguntas básicas de ¿Cuándo revisar el inventario? y ¿cuándo ordenar? quedan respondidas, faltando así solo determinar la cantidad óptima de pedido EOQ (Vidal Holguin, 2010).

De acuerdo con (Vidal Holguin, 2010), el EOQ se determina:

Notación o parámetros:

A : Costo de ordenamiento [\$/orden]

D : Demanda del ítem [unidades/unidad de tiempo]

r : Costo de mantener el inventario [%/unidad de tiempo]

v : Valor unitario del ítem [\$/unidad]

Las unidades de tiempo de r y D deben ser consistentes, normalmente se utiliza como tiempo de referencia un año.

Variable de decisión

Q = Tamaño del pedido [unidades]

Función objetivo

$TRC(Q)$ = El costo total relevante en función de Q [\$/unidad de tiempo]

Ecuación 4. Costo anual incurrido por las reposiciones

De la Ilustración 4, el tiempo que transcurre entre órdenes es igual a Q/D . Normalmente, se utiliza como tiempo de referencia un año. Por lo tanto, el número de pedidos que se realiza en un año es igual a D/Q . Por lo cual, el costo anual incurrido por las reposiciones C_r es:

$$C_r = (A + Qv) \frac{D}{Q}$$

$$C_r = \frac{DA}{Q} + Dv$$

Ecuación 5. Costo anual de llevar el inventario

$$C_c = \bar{I}vr$$

Ecuación 6. inventario promedio

Donde, el inventario promedio viene dado por:

$$\bar{I} = \frac{\int_0^t I(t) dt}{\int_0^t dt}$$

En esta expresión se representa el área bajo la curva del inventario disponible contra el tiempo dividida entre el tiempo correspondiente. Por lo cual, se deduce que el inventario promedio es $Q/2$. Siendo así, el costo anual de llevar el inventario:

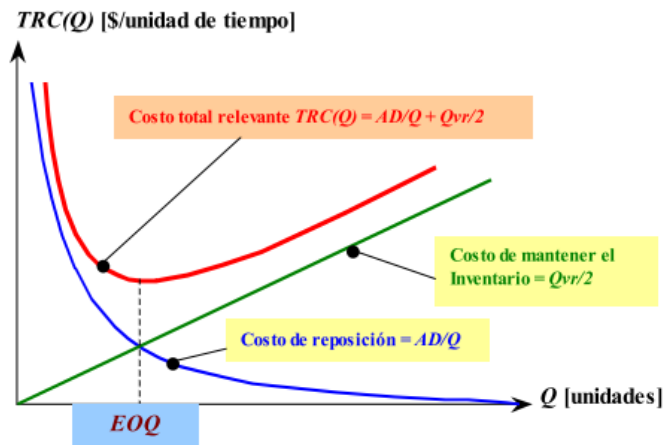
$$C_c = \frac{Q}{2}vr$$

Ecuación 7. Costo total relevante

$$TRC(Q) = Dv + \frac{AD}{Q} + \frac{Q}{2}vr$$

Y su función de costos queda representada como se muestra en la Ilustración 5. Evidenciándose así que el costo total relevante es mínimo en el punto en el que la pendiente de la curva es cero, donde esto se presenta dado que los costos de mantener el inventario son iguales a los costos de reposición, lo cual permite encontrar la cantidad económica de pedido EOQ.

Ilustración 5. TRC en función de EOQ



Fuente: Tomado (Vidal Holguin, 2010)

Cantidad económica de pedido

Ecuación 8. tamaño económico de pedido EOQ derivando la función de costos respecto a Q

Se puede encontrar el tamaño económico de pedido EOQ derivando la función de costos respecto a Q e igualando a cero.

$$TRC(Q) = Dv + \frac{DA}{Q} + \frac{Q}{2}vr$$

$$\frac{dTQR(Q)}{dQ} = 0 + \left(\frac{-DA}{Q^2} \right) + \frac{vr}{2} = 0$$

$$EOQ = \sqrt{\frac{2DA}{vr}}$$

Como se expone anteriormente, queda claro que este modelo busca minimizar el costo total del inventario, considerando una cantidad fija a pedir cada periodo. Sin embargo, en (Torres et al., 2014) se muestra la evolución, extensiones y aplicaciones de este modelo, de la misma manera expone que a pesar de las fuertes críticas que recaen sobre los supuestos del modelo EOQ original, la principal razón por la que el modelo todavía se usa con tanta frecuencia en la práctica es por la diferencia entre el costo agregado en el que incurren las empresas al aplicar el modelo EOQ en lugar de modelos más complejos que capturan mejor el entorno empresarial particular, pero a su vez presentar mayores costos de implementación.

Entre el análisis de la evolución del modelo EOQ que se presenta en (Torres et al., 2014) cabe resaltar que a finales de los años 50, la investigación sobre el EOQ comenzó a obtener fuerza desde el sector académico, generándose extensiones al modelo original con la aplicación de descuentos por cantidad considerado por Crowther en 1964, que lo consideró desde el punto de vista del comprador así como del vendedor, por otro lado, entre 1968 a 1969 se realizaron estudios comparativos evaluando el desempeño del EOQ con otras técnicas de control de inventarios, bajo la premisa que el modelo de EOQ conduce a políticas subóptimas, comparándose así con el algoritmo de programación dinámica de Wagner-Whitin, dejando en evidencia que se debe ser más selectivo con el modelo EOQ en las situaciones donde los supuestos del modelo pueden violarse. Así mismo Philips y Dawson en 1968 realizaron extensiones del modelo para aplicarlo en diferentes entornos de producción como de servicios, abordándose desde el uso de la estadística bayesiana para calcular las cantidades de pedido y los puntos de reorden con mayor precisión, de la misma manera Hoffmann en 1969 abordó tasas de interés óptimas útiles para determinar el EOQ, utilizando los conceptos de curvas de cambio y curvas de políticas óptimas. Schussel para 1968 amplió la formulación del EQO en el desarrollo de un modelo de tamaño de lote económico, determinando el tamaño del lote menos costoso. Ya para 1970 Kaimann continuó investigando sobre cómo abordar el impacto de las fluctuaciones de la demanda en el modelo mediante tres tipos de variación: aleatoria, cíclica y estacional, concluyendo que a medida que aumenta la variabilidad

el método de Wangner-Whitin es superior, sin embargo, admite que el EQO tiene mayor ventaja a la hora de ser computado y comprendido, de la misma manera Kaimman para 1972 abordó el problema teniendo en cuenta la variabilidad del tiempo de entrega, lo que dio como resultado el uso de un stock de seguridad. Continuando con las extensiones del modelo EQO se encuentran estudios que incluyen el capital de trabajo como restricción, propuestos por Ram Mohan en 1978, el modelo EQO bajo tiempos de entrega estocásticos (Liberatore 1979), el uso de diferentes técnicas de solución, como las propuestas por Langley para 1976, quien usó los conceptos de la teoría de decisión considerando el modelo EQO bajo las alternativas optimistas, probables y pesimistas, utilizando maximax, maximin y estrategias de arrepentimiento como el criterio de Laplace.

Ya para la década de 1980 las investigaciones del EQO se centraron en tres áreas: 1) El desempeño del EQO frente a otras reglas del tamaño del lote, 2) La introducción de más extensiones al EQO y 3) El rol del EQO en la logística. Donde algunas de las extensiones incluyeron la consideración de descuentos temporales, así como la adición de costos de mantenimiento no lineales, la adición de costos de manejar múltiples instalaciones, la inclusión de la inflación y el interés simple. Así mismo, para esta década se iniciaron discusiones sobre cómo un sistema de inventarios basado en el modelo EQO difiere de las políticas en un entorno JIT (just in time), incluyendo la capacidad de eliminar los costos de mantenimiento y disminuir los costos de instalación a través de mejorar el proceso y la importancia de factores como la reelaboración de la calidad y la motivación laboral.

Para la década de 1990 se continuaron abordando estudios del modelo EQO con la metodología JIT, así como el estudio de las implicaciones del transporte, además se utilizaron nuevas técnicas y metodologías para resolver el modelo EQO, como los algoritmos genéticos, y la relación con tecnologías para el intercambio electrónico de datos (EDI) para mejorar la coordinación de la cadena de suministro.

En términos de los últimos 20 años, se ha continuado la investigación centrándose en extensiones del modelo original teniendo en cuenta variaciones en los parámetros, el impacto de la inflación, políticas JIT, elementos de deterioro y la calidad, créditos de proveedores, descuentos por cantidad, limitaciones de capacidad y capital, retrasos parciales de pedidos, así como el

rendimiento del EOQ en relación con la coordinación de la cadena de suministro, y el papel del EOQ en la sostenibilidad.

De acuerdo con (Torres et al., 2014), a la luz de un siglo de extensiones y aplicaciones, el impacto del modelo EOQ en la gestión empresarial es realmente asombroso. Donde, el modelo, incluso en su forma restrictiva original, todavía se presenta en cada libro y cada curso que presenta conceptos de control de inventario a nuevas generaciones de estudiantes. Y como todo modelo, el EOQ es una simplificación de la realidad, y muchas veces funciona suficiente bien en la práctica. Pero como todos los modelos, una sola fórmula no debe ser inmune a las modificaciones gerenciales que se requieran para una situación empresarial determinada.

Políticas de inventarios con demanda probabilística¹

Cuando la demanda es probabilística, las preguntas básicas de todo sistema de control de inventarios (¿Con qué frecuencia debe revisarse el nivel de inventario? ¿Cuándo debe ordenarse? ¿Qué cantidad debe ordenarse en cada pedido?) son mucho más difíciles de responder. La respuesta a la primera pregunta implica altos costos de revisión frecuente del nivel de inventario, comparados con los costos de mantener inventario de seguridad para responder a la demanda durante el tiempo de reposición. Para responder la segunda pregunta debe tenerse en cuenta el equilibrio entre los costos de mantenimiento de inventario al ordenar anticipadamente y el nivel de servicio que se quiere dar al cliente. Finalmente, la respuesta a la tercera pregunta tiene en cuenta de nuevo el costo total relevante y, para algunos casos, está muy relacionada con la segunda pregunta.

Para dar respuesta a la primera pregunta se debe tener en cuenta que la frecuencia de revisión del inventario efectivo se determina de acuerdo con dos sistemas básicos:

- El *sistema de revisión continua*, en el cual se monitorea el nivel del inventario constantemente y algunos eventos desencadenan nuevos pedidos. Sin embargo, esto no es posible en la práctica, por lo cual, el inventario se revisa cada vez que ocurra una transacción (despacho, recepción, venta entre otros).

¹ Basado en el libro de Vidal Holguín, Fundamentos de gestión de inventarios (2010).

- El *sistema de revisión periódica*., el nivel del inventario se consulta cada R unidades de tiempo, siendo $R > 0$, dado que si $R = 0$ este sistema se convierte en un sistema de revisión continua.

Dado que los modelos con demanda probabilística presentan el supuesto de la variabilidad de la demanda, no es posible garantizar en un 100% que los pedidos sean satisfechos con el inventario a la mano, es por esto, que se hace fundamental, tanto para los sistemas de revisión continua como el sistema de revisión periódica la determinación de inventarios de seguridad, donde se pueden utilizar diferentes métodos para este efecto, de acuerdo a, si el inventario de seguridad es basado en factores constantes, basado en el costo de faltantes o basado en el servicio al cliente.

- ***Inventario de seguridad basado en factores constantes:*** Se utiliza un factor constante de tiempo para determinar el inventario de seguridad de todos los ítems, es decir, se define al multiplicar un factor constante de tiempo por la demanda promedio del ítem bajo consideración. Este método presenta una falla conceptual al ignorar la variabilidad de la demanda. Por lo cual, la política puede ser adecuada para unos ítems e insatisfactoria para otros ítems, bien sea por escasez o exceso de inventario. De acuerdo con lo anterior, una forma adecuada de definir el inventario de seguridad es utilizando factores comunes, pero *teniendo en cuenta la variabilidad de la demanda*, de la siguiente forma:

$$\text{Inventario de Seguridad: } SS = k\sigma_L$$

k = Factor de seguridad dependiente del nivel de servicio deseado, y σ_L = Desviación estándar de los errores de los pronósticos sobre el tiempo de reposición L , en unidades.

- ***Inventario de seguridad basado en el costo de faltantes:*** Se tienen en cuenta el costo de falta de inventario para definir el factor de seguridad k , de acuerdo con diversas formas:

Tabla 5. inventario de seguridad basado en faltantes

<i>Costo especificado</i>	<i>Características</i>
<i>(B₁) por cada ocasión en la que ocurren faltantes</i>	<ul style="list-style-type: none"> • Costo de faltante del inventario constante. • Se incurre en el por el hecho de ocurrir el rompimiento del stock.

	<ul style="list-style-type: none"> No depende de la magnitud ni de la duración del faltante, solo del evento de ocurrencia.
<i>(B₂v) por cada unidad de faltante</i>	<ul style="list-style-type: none"> Se carga una fracción B₂ del costo unitario del ítem debido al faltante. v valor unitario del ítem. Se utiliza cuando el faltante es cubierto mediante horas extras, ocasionando sobre costo de producción. Es adecuado cuando la venta se pierde totalmente, y el costo es la utilidad dejada de percibir y la pérdida de imagen.
<i>(B₃v) por cada unidad de faltante</i>	<ul style="list-style-type: none"> Se carga una cantidad B₃ por cada peso de faltante. Se aplica para faltantes de repuestos que pueden parar la producción de una maquina hasta que el ítem sea entregado al cliente.

Fuente: Elaboración propia adaptado de (Vidal Holguin, 2010)

- ***Inventario de seguridad basado en el servicio al cliente:*** debido a la dificultad de estimar los costos basados en faltantes, una alternativa puede ser la definición del nivel de servicio requerido, donde, esto se puede realizar mediante:
 - Determinando una ***probabilidad especificada (P₁)*** de no tener un faltante por cada ciclo de reposición, es decir, utilizar un factor de seguridad **k** común para ellos.
 - Determinando una ***fracción especificada (P₂)*** de la demanda a ser satisfecha rutinariamente del inventario a la mano, es decir, cuando no se pierde la venta o no se satisface mediante una requisición pendiente. Se utiliza ampliamente en la práctica, y se le conoce comúnmente como '*fill rate*'.

Ecuación 9. Inventario de seguridad basado en servicio al cliente, fracción especificada p_2

$$P_2 = \frac{B_3}{B_3 + r}$$

donde r es el costo de mantenimiento del inventario.

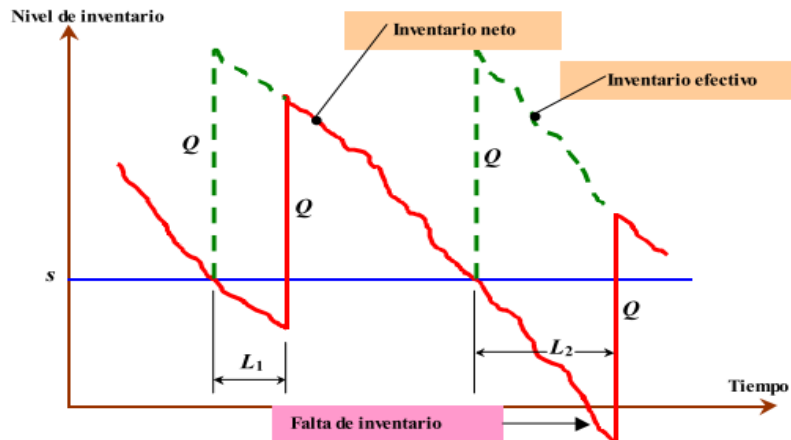
- Determinar la *fracción de tiempo especificada* (P_3) de inventario a la mano positivo, es útil cuando se trata de inventarios de emergencia, como pueden ser los bancos de sangre o los inventarios relacionados con actividades militares. Donde si la demanda sigue una distribución de Poisson, este indicador es equivalente al anterior, es decir, a P_2 .
- Determinar el tiempo promedio especificado (TBS) entre ocurrencias de faltantes, este indicador representa el valor deseado de ocurrencias de faltantes por año.

Ya para dar respuesta a las últimas dos preguntas de los inventarios, se debe tener en cuenta que existen diversos tipos de sistemas de control de inventarios, entre los más comunes se presentan el sistema (s, S) , (s, Q) , (R, S) y (R, s, S) .

1. **Sistema (s, S)** , s : Punto de reorden y S : Nivel máximo de inventario. Es un sistema de revisión continua, el cual, cada vez que el inventario cae al punto de reorden s o por debajo de él, se ordena una cantidad tal que se incremente el inventario efectivo hasta el nivel máximo S . La cantidad por ordenar depende del inventario efectivo y del nivel máximo, por lo cual, pueden variar de un periodo a otro. Este sistema se denomina usualmente un sistema “minimax”, dado que el nivel de inventario permanece entre un valor máximo S y un valor mínimo s , con algunas excepciones. Una de sus desventajas es su susceptibilidad de errores debido a que los tamaños de orden son variables.
2. **Sistema (s, Q)** , s : Punto de reorden y Q : Cantidad a ordenar. Es un sistema de revisión continua, el cual, cada vez que el inventario efectivo cae al punto de reorden s o por debajo de él, se ordena una cantidad fija de Q . En la Ilustración 6 queda representado el proceso del nivel del inventario respecto al tiempo. Este sistema funciona adecuadamente siempre y cuando no exista más de un pedido de reposición pendiente en cualquier instante de tiempo. Entre sus ventajas es un sistema muy fácil de comprender y la cantidad fija a

ordenar minimiza posibles errores en el pedido. Su principal desventaja se presenta cuando algunas transacciones individuales son de gran magnitud.

Ilustración 6. Sistema de inventarios (s, Q)



Fuente: Tomado de (Vidal Holguin, 2010)

Supuestos básicos

Los siguientes supuestos son independientes del criterio utilizado para medir el nivel del servicio e independientemente de la distribución probabilística de la demanda durante el tiempo de reposición o del error de los pronósticos.

- La demanda promedio se asume que varía muy poco con el tiempo. Si este no es el caso, los parámetros y métodos se pueden redefinir periódicamente y adaptarse a la nueva situación.
- Los pedidos se realizan cuando el nivel del inventario efectivo es igual al punto de reorden s .
- Si hay dos o más pedidos pendientes en el mismo instante de tiempo, estos se reciben en la misma secuencia en que fueron ordenados.
- El sistema es adecuado para niveles de servicios altos.
- Los errores del pronóstico tienen una distribución normal sin sesgo, con una desviación estándar σ_L sobre un lead time igual a L .
- Se asume que el tamaño Q ha sido predeterminado y es independiente del punto de reorden s . Una forma de determinarlo es utilizar el *EOQ*.

Notación

D = Rata de demanda, en unidades/año

$G_u(k)$ = Función especial de la distribución normal $N(0, 1)$

k = Factor de seguridad

L = Tiempo de reposición, en años

$p_u(k)$ = Probabilidad de que la normal unitaria $N(0, 1)$ tome un valor mayor o igual que k

Q = Tamaño de pedido, en unidades.

r : Costo de mantenimiento del inventario, en %/año

s = Punto de reorden, en unidades

SS = Inventario de seguridad, en unidades

v = Valor unitario, en \$/unidad.

\hat{x}_L = Demanda esperada sobre el tiempo de reposición L , en unidades.

$\hat{\sigma}_L$ = Desviación estándar de los errores de los pronósticos sobre el tiempo de reposición en L , en unidades.

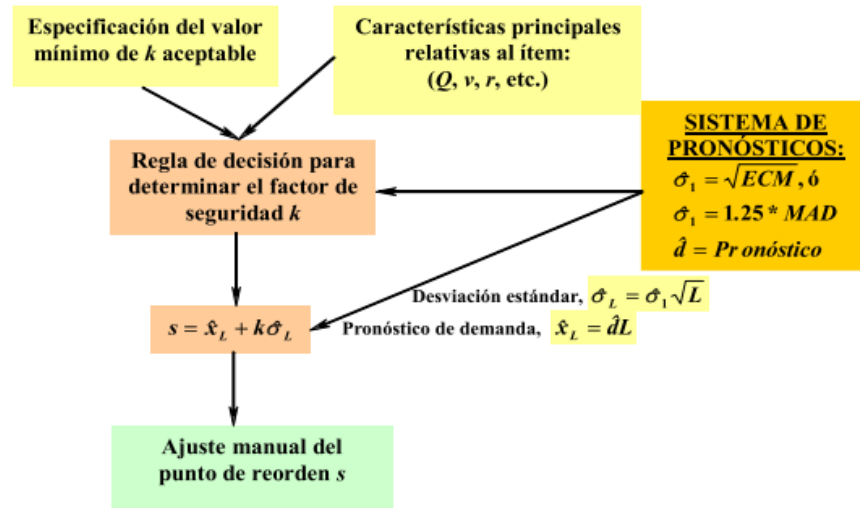
Ecuación 10. Cálculo del punto de reorden

$$s = \hat{x}_L + SS \quad \text{donde, } SS = k\hat{\sigma}_L$$

Para la desviación del lead time $\hat{\sigma}_L$ cuando el intervalo básico del pronóstico no coincide con el tiempo de reposición se puede calcular como $\hat{\sigma}_L = \hat{\sigma}_1\sqrt{L}$. Esta expresión se ha determinado empíricamente, pero también se basa que en un periodo de pronóstico L , los errores en periodos consecutivos son independientes entre sí, cada uno con una desviación estándar σ_1 .

En la Ilustración 7 se presenta la metodología general para establecer el punto de reorden s .

Ilustración 7. Metodología para determinar el punto de reorden y la σ_1 .



Fuente: Tomado de (Vidal Holguin, 2010)

Ahora suponiendo que la función de probabilidad de la demanda durante el tiempo de reposición es $f_x(x_0)$. se pueden determinar algunos indicadores mediante las siguientes expresiones, teniendo en cuenta que son válidas para cualquier distribución de probabilidad de la demanda durante el tiempo de reposición (o de los errores de los pronósticos).

Ecuación 11. Probabilidad de que ocurra un stockout durante el tiempo de reposición

$$Pr\{x \geq s\} = \int_s^{\infty} f_x(x_0) dx_0$$

Ecuación 12. Número esperado de unidades del faltante en cada ciclo de reposición

$$EUFCR = \int_s^{\infty} (x_0 - s) f_x(x_0) dx_0$$

Ecuación 13. Inventario neto o a la mano promedio

$$\bar{I} = \frac{Q}{2} + SS = \frac{Q}{2} + k\sigma_L$$

Ecuación 14. Valor esperado del número de reposiciones por año

$$\frac{D}{Q}$$

Ahora, si se tienen en cuenta las reglas de decisión para los inventarios de seguridad del sistema (s, Q) , asumiendo que la distribución de la demanda durante el tiempo de reposición es normal con media x_L y desviación estándar σ_L se presenta:

Ecuación 15. Regla de decisión fracción especificada (P2) de demanda satisfecha directamente del inventario a la mano

$$EUFCR = \sigma_L G_u(k)$$

Con faltantes como ordenes pendientes

$$\frac{EUFCR}{E \text{ (demanda en cada ciclo)}} = \frac{EUFCR}{Q}$$

por lo tanto,

$$P_2 = 1 - \frac{EUFCR}{Q} = 1 - \frac{\sigma_L G_u(k)}{Q}$$

$$G_u(k) = \frac{Q}{\sigma_L} (1 - P_2)$$

Con faltantes como ventas perdidas

$$\text{Valor esperado de la demanda en cada ciclo} = Q + EUFCR$$

$$G_u(k) = \frac{Q}{\sigma_L} \left(\frac{1 - P_2}{P_2} \right)$$

Así mismo se calcula el costo total relevante (**TCR**) adicionando los costos anuales de faltantes:

$$TCR = C_r + C_c + C_s$$

$$C_r = \frac{DA}{Q}$$

$$C_c = \bar{I}vr = \left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L \right) vr$$

Donde el costo anual de faltantes C_s varía dependiendo de la definición del stockout.

$$TCR_1 = \frac{DA}{Q} + \left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L\right) vr + \frac{D}{Q} B_1 p_u(k)$$

$$TCR_2 = \frac{DA}{Q} + \left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L\right) vr + \frac{D}{Q} (B_2 v) \sigma_L G_u(k)$$

Ecuación 16. Regla de decisión fracción especificada (P2) de demanda satisfecha directamente del inventario a la mano

Paso 1: Se selecciona el factor de seguridad k de tal forma que

$$p_u(k) = 1 - P_1$$

Paso 2: Se calcula el punto de reorden

$$s = \hat{x}_L + SS = \hat{x}_L + k\sigma_L$$

Si se asumen que todos los faltantes se convierten en ordenes pendientes, entonces el nivel de servicio P_2 vendría dado por:

$$P_2 = 1 - \frac{\hat{\sigma}_L G_u(k)}{Q}$$

Paso 3: Calculo del costo total relevante (TCR) adicionando los costos anuales de faltantes.

Ecuación 17. Regla de decisión para un costo especificado B1 por la ocurrencia de cada stockout.

Paso 1: la regla de decisión viene dada por

$$\frac{DB_1}{\sqrt{2\pi} Q v \sigma_L r} < 1$$

Si el resultado es >1 entonces continuar con el paso 2. De lo contrario, fije el valor de k como el mínimo especificado por la administración e ir al paso 3.

Paso 2: Determinar el valor del factor de seguridad mediante la expresión:

$$k = \sqrt{2 \ln \left(\frac{DB_1}{\sqrt{2\pi} Q v \sigma_L r} \right)}$$

Paso 3: Calculo del punto de reorden

$$s = \hat{x}_L + k\sigma_L$$

Paso 4: El nivel del servicio viene dado por

$$P_2 = 1 - \frac{\hat{\sigma}_L G_u(k)}{Q}$$

Paso 5: Calcular el costo total relevante TCR_l

Ecuación 18. Regla de decisión para una fracción especificada del costo por unidad del faltante
(B2)

Paso 1: la regla de decisión viene dada por

$$\frac{Qr}{DB_2} > 1$$

Si el resultado es >1 entonces continuar con el paso 2. De lo contrario, fije el valor de k como el mínimo especificado por la administración e ir al paso 3.

Paso 2: Determinar el valor del factor de seguridad mediante la expresión:

$$p_u(k) = \frac{Qr}{DB_2}$$

Paso 3: Se calcula el punto de reorden

$$s = \hat{x}_L + k\sigma_L$$

Paso 4: Calcular el nivel del servicio P_2

Paso 5: Calcular el costo total relevante TCR_2

Ecuación 19. Regla de decisión para una fracción especificada del costo por unidad del faltante y por unidad de tiempo (B3).

Paso 1: Determine el valor del factor de seguridad k de tal forma que:

$$G_u(k) = \frac{Q}{\sigma_L} \left(\frac{r}{B_3 + r} \right)$$

Paso 2: Se calcula el punto de reorden

$$s = \hat{x}_L + k\sigma_L$$

Paso 3: Calcular el nivel del servicio

$$P_2 = \frac{B_3}{B_3 + r}$$

Paso 4: Calcular el costo total relevante TCR_2 cambiando el factor B_2 por B_3 .

Ecuación 20. Regla de decisión para el tiempo promedio especificado entre stockouts (TBS)

Paso 1: la regla de decisión viene dada por

$$\frac{Q}{D(TBS)} > 1$$

Si el resultado es >1 entonces continuar con el paso 2. De lo contrario, fije el valor de k como el mínimo especificado por la administración e ir al paso 3.

Paso 2: Determinar el valor del factor de seguridad k mediante la expresión:

$$p_u(k) = \frac{Q}{D(TBS)}$$

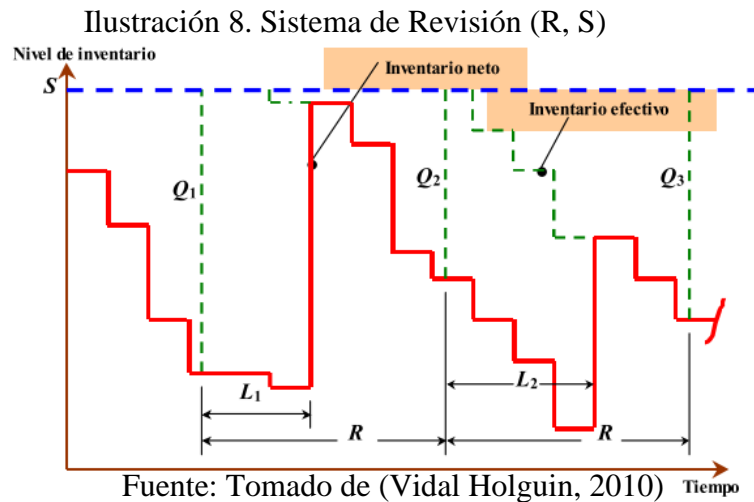
donde, $TBS=B_2/r$

Paso 3: Se calcula el punto de reorden

$$s = \hat{x}_L + k\sigma_L$$

3. **Sistema (R, S), R :** Tiempo de revisión y **S :** Nivel máximo de inventario. Es un sistema de revisión periódica. También conocido como el sistema del ciclo de reposición. En este sistema, cada R unidades de tiempo se revisa el inventario, y se ordena una cantidad tal que el inventario suba al valor máximo S . Su principal ventaja es permitir el control coordinado de diversos ítems relacionados entre sí, permitiendo así obtener economías de escala en la adquisición del producto. Así mismo, el nivel máximo S puede ser ajustado fácilmente si el patrón de la demanda tiende a cambiar con el tiempo. Su principal desventaja es que, para un mismo nivel de servicio al cliente, este sistema presenta costos

de mantenimiento del inventario mayores que los sistemas continuos, ya que, el nivel de inventario de seguridad requerido es mayor. Esto se da porque entre un período de revisión y otro, no se tiene información acerca del inventario efectivo, pudiendo caer éste a niveles indeseables si no se tiene el inventario de seguridad adecuado y, por lo tanto, el inventario de seguridad debe cubrir fluctuaciones de demanda para un tiempo igual al período de revisión R más el Lead Time L . En la Ilustración 8 se presenta el proceso del nivel de inventario respecto al tiempo, asumiendo un valor de R fijo y un L constante.



Según (Silver et al., 1998) el sistema (R, S) y el sistema (s, Q) presentan una estrecha relación, por lo cual no es necesario el desarrollo de nuevas reglas de decisión.

Supuestos

- La tasa de demanda promedio varía poco con el tiempo.
- La probabilidad de tener demanda igual a cero entre revisiones sucesivas del inventario es pequeña.
- El tiempo de reposición se asume constante.
- Es un sistema adecuado para niveles de servicio altos, lo cual es lo deseado en la práctica.
- Los errores de los pronósticos tienen una distribución normal sin sesgo, con una desviación estándar σ_{R+L} sobre el intervalo de revisión más el Lead Time, $R+L$.
- El valor de R es predeterminado.
- Los costos de control del sistema no dependen de la magnitud de S .

- El inventario de seguridad debe darse para un periodo de tiempo igual a $R+L$.

Notación

A' = Costo fijo de ordenamiento incrementado en el costo de revisión del inventario, en \$/pedido.

R = Intervalo de revisión predeterminado o calculado con base en el EOQ en unidades de tiempo.

S = Nivel máximo de inventario hasta el cual se ordena, en unidades.

\hat{x}_{R+L} = Demanda pronosticada sobre un intervalo de tiempo igual a $R+L$.

$\hat{\sigma}_{R+L}$ = Desviación estándar estimada de los errores de pronósticos sobre un intervalo de tiempo igual a $R+L$.

Ecuación 21. intervalo de revisión R y el tamaño del pedido S

Inicialmente si R no es conocido, debe determinarse el intervalo de revisión R , a partir de la cantidad óptima de pedido, redondeando a un valor lógico.

$$R = \frac{EOQ}{D} = \frac{\sqrt{\frac{2A'D}{vr}}}{D}$$

$$R = \sqrt{\frac{2A'}{Dvr}}$$

donde, la desviación estándar de la demanda sobre el tiempo de reposición más el intervalo de revisión vendría dado por:

$$\hat{\sigma}_{L+R} = \hat{\sigma}_1 \sqrt{R+L}$$

Dado que originalmente $\hat{\sigma}_1$ es la desviación estándar de los errores del pronóstico mensual, entonces el tiempo $R+L$ dentro del radical debe ser expresado en las mismas unidades de tiempo.

Como el tamaño del pedido es variable, es preferible remplazar la expresión Q por DR . Así, cuando P_2 es especificado el valor de la función $G_u(k)$ vendría dado por:

$$G_u(k) = \frac{DR}{\hat{\sigma}_{L+R}} (1 - P_2)$$

De donde se obtiene k . Así, el valor máximo del inventario S vendría dado por:

$$S = \hat{x}_{R+L} + k\hat{\sigma}_{R+L}$$

Por otro lado, (Chse, Jacobs, & Aquilano, 2009) cuando se pretende trabajar con un sistema de periodo fijo con un ciclo de revisión R y un tiempo de entrega constante L , el modelo (R, S) se puede trabajar con la cantidad a pedir Q , la cual es:

$$Q = \hat{x}_{R+L} + k\hat{\sigma}_{R+L} - I$$

I = existencias disponibles (más el pedido en caso de haber alguno).

El cálculo del costo total relevante (**TCR**) considerando cada ocasión en la que ocurren faltantes (B_1) y por cada unidad de faltante (B_2v) se expresa mediante:

$$TCR_1 = \frac{A'}{R} + \left(\frac{DR}{2} + k\sigma_{R+L} \right) vr + \frac{1}{R} B_1 p_u(k)$$

$$TCR_2 = \frac{A'}{R} + \left(\frac{DR}{2} + k\sigma_{R+L} \right) vr + \frac{1}{R} (B_2v) \sigma_{R+L} G_u(k)$$

4. **Sistema (R, s, S)** es una combinación de los sistemas (s, S) y (R, S) . Consiste en que cada R unidades de tiempo, se revisa el inventario. Si este es menor o igual al punto de reorden s , entonces se emite un pedido por una cantidad tal que el inventario efectivo se recupere hasta un nivel máximo S . Si el inventario es mayor que s , no se ordena cantidad alguna hasta la próxima revisión que tendrá lugar en R unidades de tiempo.

Evolución, limitaciones y técnicas de solución de las políticas de inventarios

(Gallagher, Morse, & Simond, 1959) iniciaron las investigaciones sobre los sistemas (s, Q) con demanda estacionaria comprobando dos sistemas con distribución de probabilidad estacionaria empírica y con una distribución Poisson, encontrando así que el valor de s debe incrementarse junto al valor de Q en la varianza del tiempo de reabastecimiento para mantener la solución óptima, (Hadley & Whitin, 1962) presentaron una solución exacta del modelo (s, Q) aplicando costos de penalización para los pedidos pendientes, también aplicaron un algoritmo heurístico ignorando la posibilidad que durante el tiempo de entrega la demanda excediera la cantidad pedida

y el desabastecimiento, (Browne & Zipkin, 1991) discutieron el sistema (s, Q) considerando la demanda discreta, donde (Federgruen & Zheng, 1992) presentaron un algoritmo exacto para los casos discretos, encontrando los parámetros óptimos al aumentar gradualmente el intervalo promedio del stock hasta que el costo total dejó de disminuir. (Johansen & Thorstenson, 1996) consideraron el sistema (s, Q) con demanda Poisson y ventas perdidas, formulando un modelo exacto y el diseño de un algoritmo de iteración de políticas para casos con descuento. (Lau & Lau, 2002) propusieron un método que utiliza la optimización directa de la hoja de cálculo para resolver un sistema (s, Q) con pedidos pendientes. (Shenas, Jahromi, & Yazdi, 2009) propusieron un procedimiento recursivo para determinar los costos exactos para la política (s, Q) con demanda de Poisson y tiempo de entrega constante. (Mhada et al., 2013) abordaron el modelo cuando el tiempo de entrega y la demanda presentan una distribución exponencial, con el objetivo de una tasa de producción media constante. (Drezner & Scott, 2015) derivaron las fórmulas aproximadas para la solución óptima para el caso particular de una distribución de demanda exponencial y fórmulas simples para la distribución Poisson de la demanda. (Federgruen & Zipkin, 1984) propusieron un algoritmo para calcular la política (s, S) comenzando con cualquier par de parámetros arbitrarios. El algoritmo se basó en una adaptación del método general de iteración de políticas para resolver el problema de decisión de Markov, donde la estructura especial de las políticas (s, S) se explotó de varias maneras. Sin embargo, este algoritmo quedó fácilmente atrapado en óptimos locales debido a la naturaleza cuasiconvexa de la función de costo. Este algoritmo fue mejorado por (Federgruen & Zheng, 1992) basándose en las propiedades de la función de costo del sistema (s, S) y los límites inferiores y superiores ajustados para dos parámetros, que se actualizaron fácilmente e iterativa, y convergieron monótonamente. También explotaron una caracterización de la función de costo para permitir actualizaciones rápidas, solo alterando el valor de s . Por otro lado, (Feng & Xiao, 2000) introdujeron un factor de costo ficticio y una función auxiliar para buscar el valor de costo óptimo.

Según (Graves, 1999) una de las principales razones para el desarrollo continuo de la teoría de inventarios es incorporar supuestos más realistas que estén en línea con la demanda en los modelos teóricos de inventarios. En la mayoría de las circunstancias prácticas de la industria, la demanda no solo es estocástica sino también no estacionaria, por lo cual, Sox (1997) estudio la política (s, Q) con una función acumulativa conocida de la demanda en cada periodo de tiempo, permitiendo pedidos pendientes, donde formuló para este problema un modelo de programación

no lineal entera mixta, obteniendo así el costo inmediato incurrido al final de cada periodo de tiempo por la función de pérdida de la teoría de inventarios, que era convexa pero no lineal. (Vargas, 2009) continuó con esta investigación mediante el uso de la programación dinámica para determinar la solución óptima en todo el horizonte de planificación finito, considerando el tamaño de pedido dinámico con demanda estática y no estacionaria, el modelo introdujo los costos de penalización por pedidos pendientes.

De acuerdo con (Ziukov, 2015), cualquier modelo es una abstracción de la realidad, donde entre más dimensiones se tenga en cuenta en el modelo, mayor será el acercamiento a los requisitos del entorno real. La tarea desafiante radica en obtener los valores de entrada para los parámetros del modelo de inventarios, dado que, a nivel empresarial normalmente la persona que a menudo opera en el proceso de inventarios, lo hace con parámetros desconocidos, teniendo en cuenta que, en el control de inventarios está asociada la incertidumbre de la demanda, de los clientes, los plazos de fabricación y entrega, entre otros. Así mismo los modelos y los métodos de toma de decisiones en la teoría existente de gestión de inventarios suelen estar centrados en parámetros deterministas y los módulos no cumplen todos los requisitos del entorno real. De la misma manera (Valencia Cárdenas et al., 2015) indica que las organizaciones enfrentan muchas dinámicas donde los modelos de inventarios estáticos parecen insuficientes para representar adecuadamente el sistema. Dado que, son poco robustos por su incapacidad de incorporar una gran variedad de fluctuaciones en la logística interna empresarial, así como la falta de precisión en los pronósticos, o el efecto látigo, que indica variaciones fuertes debidas a cambios drásticos. Considerando que, para el manejo de inventarios de esta naturaleza, la demanda fija para todos los periodos, o simplemente, un valor esperado constante, no es lo más adecuado.

Como se evidenció anteriormente (Valencia Cárdenas et al., 2015) existen métodos analíticos clásicos con enfoques de optimización como la programación lineal, o algoritmos de variables no acotadas, o descomposición de Benders, así como la programación dinámica, la programación entera mixta y técnicas de teoría de control. Sin embargo, también existen técnicas heurísticas y metaheurísticas (C. N. Wang, Dang, & Nguyen, 2020) para obtener soluciones factibles y rápidas que son lo suficientemente buenas para el tomador de decisiones, ya que, en la práctica las características del problema y de los datos de entrada cambian de vez en cuando, y el proceso de preparación de datos puede tomar mucho tiempo, por lo que la adopción de enfoques

heurísticos en lugar de modelos de optimización pueden ser más prácticos, en el ahorro de tiempo y recursos, (Valencia Cárdenas et al., 2015) e incluso, el uso de técnicas de simulación, para encontrar la mejor solución posible.

El sistema de inventarios es un complejo dinámico, aleatorio y de simultaneidad y el rendimiento del sistema se ve afectado por muchos factores. Especialmente para una sola empresa, el costo de ordenar y el costo de mantener el inventario tienen un gran impacto en el nivel de ganancias de la empresa. Debido a la incertidumbre de la hora de llegada del pedido y la demanda aleatoria, es difícil de calcular utilizando métodos matemáticos generales. Como tecnología de análisis experimental basada en modelos, la tecnología de simulación por computadora puede combinar dinámicamente los componentes y factores que influyen en el sistema a través del modelado, reflejando de manera integral la dinámica real del sistema (S. Wang, Wang, Zhao, & Han, 2019). Por lo tanto, para vincular el comportamiento dinámico y más realista en los problemas de inventarios, estas actividades deben estar soportadas por adecuados modelos de optimización y simulación que permitan la obtención de los mejores resultados

Dinámica de sistemas

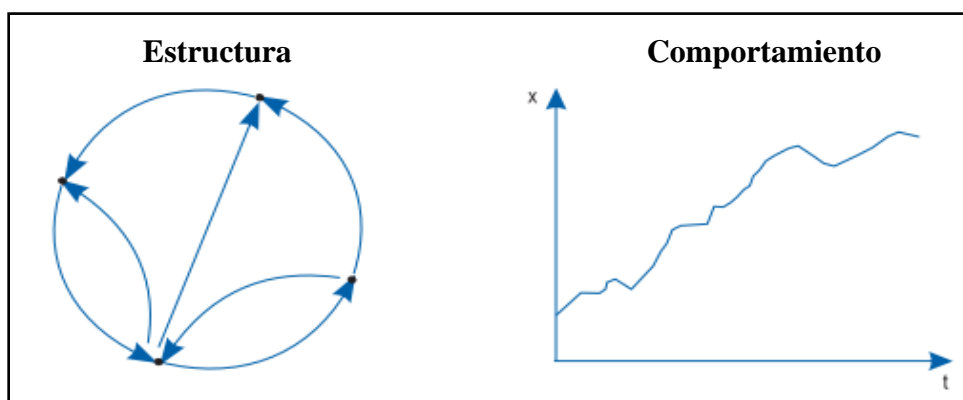
El término sistema se emplea con frecuencia, aunque con distintas acepciones. De modo coloquial se habla de un sistema como de un modo o manera de hacer algo y no es este el sentido que nos interesa. Formalmente se habla de un sistema como un objeto dotado de alguna complejidad formado por partes coordinadas, de modo que el conjunto posea cierta unidad, que es precisamente el sistema, (Aracil, 1995). Es decir, un sistema es un conjunto de elementos que ordenadamente interactúan entre sí y operan hacia el cumplimiento de una meta. Así se habla del sistema empresarial donde distintos departamentos se coordinan en la organización empresarial o el sistema logístico de la cadena de suministro, donde distintos eslabones (proveedor, transportador, fabricación, detallista y cliente) se relacionan entre sí para cumplir con la razón de ser de una compañía y así mismo cada uno de estos eslabones se pueden desprender como subsistemas del sistema en estudio, percibiendo con esto su identidad total.

El otro término que aparece en la locución dinámica de sistemas es dinámico. El término se emplea por oposición a estática, y se busca con él expresar el carácter cambiante de un objeto. Es decir, la dinámica se atribuye al comportamiento variante que tienen las partes y como sufren

cambios a lo largo del tiempo, como consecuencia de las interacciones que se producen entre ellas. (Aracil, 1995).

Por lo tanto Ilustración 9, la dinámica de sistemas se puede describir como una disciplina para el desarrollo de las relaciones entre la estructura y el comportamiento de un sistema, (Soto, 2013). Donde el comportamiento de un sistema surge de su estructura, la cual está formada por ciclos de realimentación, los stocks, los flujos y las no linealidades creadas por la interacción de la estructura física del sistema en los procesos de toma de decisiones de los agentes que actúan en él (John D Sterman, 2000). Donde para (Jay W Forrester, 2010) la dinámica de sistemas es el método para afrontar problemas sistémicos complejos con la combinación de métodos cuantitativos y cualitativos, basados en la teoría de realimentación, utilizando como influencia la teoría general de sistemas y el modelamiento matemático, a partir de ecuaciones diferenciales.

Ilustración 9. Estructura y comportamiento de un sistema



Fuente: Tomado de (Aracil, 1995)

Continuando con (John D Sterman, 2000) La dinámica de sistemas se ha aplicado a cuestiones que van desde la estrategia empresarial hasta la dinámica de la diabetes, presentándose así en industrias de múltiples sectores, donde la dinámica de sistemas se puede aplicar a cualquier sistema dinámico, con cualquier escala temporal y espacial, así mismo (Aracil, 1995) los campos de aplicación de la dinámica de sistemas son muy variados. Durante el tiempo de existencia se ha empleado para construir modelos de simulación informática en casi todas las ciencias. Por lo cual, la difusión de estas técnicas ha sido muy amplia, y se puede decir que constituye una de las herramientas sistémicas más sólidamente desarrolladas y que mayor grado de aceptación e implantación han alcanzado.

La metodología que utiliza la dinámica de sistemas para su proceso de estudio y análisis está basada en la metodología sistémica, que (Aracil, 1995) en realidad pretende aportar instrumentos con los que estudiar aquellos problemas resultantes de las interacciones que se producen en el seno del sistema, y no de disfunciones de las partes consideradas aisladamente. Por lo cual, se determina que la complejidad que tiene el estudio de la dinámica de sistemas no es sencilla, ya que solo el análisis de un sistema no es suficiente; no basta con saber cuáles son sus partes, porque para comprender su comportamiento necesitamos saber cómo se integran las partes; cuáles son los mecanismos mediante los que se produce su coordinación, es decir, cómo se produce la síntesis de las partes en el sistema. Por ello, en el estudio de un sistema, tan importante es el análisis como la síntesis que dan una posición más equilibrada y una visión completa de los sistemas.

Teniendo en cuenta la metodología sistémica, el modelador cuando está entendiendo e interpretando cierto aspecto de la realidad analiza cuales son los distintos elementos que lo forman, al tiempo que trata de especificar cómo se produce la integración de esos elementos en la unidad del problema que está analizando (Aracil, 1995). Y así tiene presente cuando se estudia un sistema que no todas las variables son posibles de comprender dada su complejidad, por esto se abstraen de los sistemas modelos que representen el proceso de forma simple y cercana a la realidad. Donde algunos de los modelos que pueden simplificar la complejidad inherente a la dinámica de sistemas son los modelos a escala, los modelos matemáticos y los modelos de simulación.

Al estudiar sistemas, estos modelos ayudan a reducir la complejidad y permiten un acercamiento a la toma de decisiones acertadas y oportunas. Siendo de mayor interés en la dinámica de sistemas los modelos de simulación, los cuales son una técnica de la Investigación de Operaciones que cada vez se utiliza más y la importancia de este tipo de modelos radica en la abstracción, que permite extraer el sistema de su contexto real y llevarlo a un contexto que puede ser totalmente manipulable. Además, la simulación al permitir experimentar o jugar con diferentes escenarios lleva a la posible mejora u optimización de las operaciones empresariales, al estudio eficiente de problemáticas sociales, económicas, biológicas etc... minimizando el riesgo y los costos que implica hacer esos cambios en el entorno real. Donde algunas de las herramientas informáticas adecuadas que respectan a la dinámica de sistemas son: STELLA iThink, DYNAMO, PowerSim, VenSim. Netlogo, Anylogic entre otros.

El análisis de sistemas dinámicos es una experiencia que conlleva a realizar razonamientos muy precisos donde los modelos son una manera natural de la mente humana para representar y comprender la realidad, ya que, la capacidad de abstraer y generalizar se fundamenta en la identificación de elementos y relaciones comunes a varias situaciones individuales que permiten la construcción de modelos suficientemente cercanos al sistema que representan, de modo que, el modelo se comporte dentro de ciertos límites, como el sistema representado.

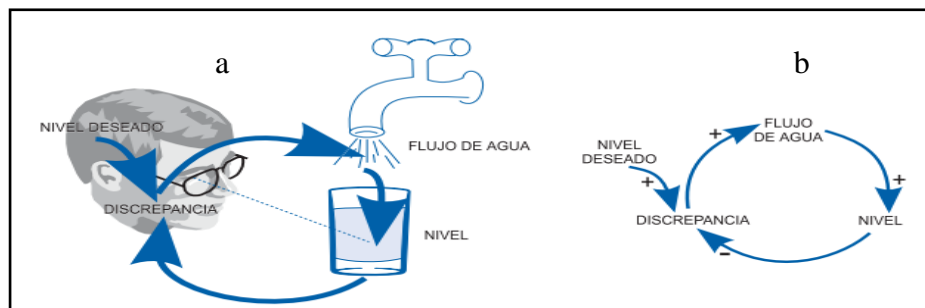
Estructura y comportamiento elemental en dinámica de sistemas²

De la estructura:

Para describir un sistema, como mínimo se requieren las especificaciones de las partes que lo forman y las relaciones que se generan por la influencia de dichas partes, donde en la (Ilustración 10a) se puede analizar la estructura sistémica de un proceso de llenado de un vaso de agua, evidenciando principalmente los acontecimientos más significativos que intervienen en el proceso (fase análisis), siendo estos el nivel alcanzado en el vaso, la discrepancia entre el nivel y el nivel deseado, y el flujo del agua que modifica el nivel. En segunda instancia (fase síntesis) se considera la influencia que se establece entre los elementos al estar relacionados entre sí, es decir, si abrimos el grifo para llenar un vaso de agua aumentamos la cantidad de agua en el vaso (Flujo de Agua → Nivel), pero también la cantidad de agua que va habiendo en el vaso modifica la velocidad en la que nosotros llenamos el vaso “discrepancia”, determinando así el flujo de agua.

Ilustración 10. estructura sistémica de un proceso de llenado de un vaso de agua

a) Grafo orientado b) Grafo signado



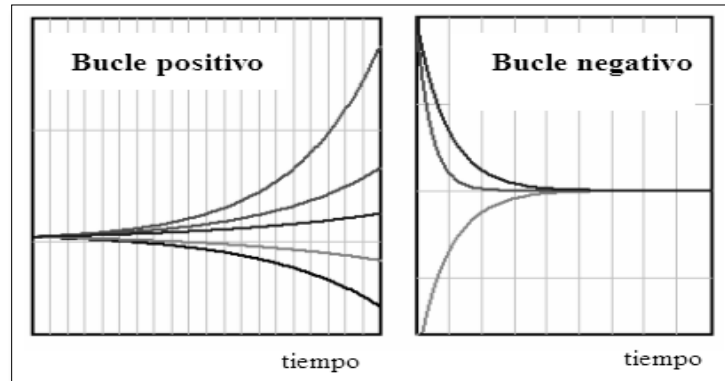
Fuente: Tomado de (Aracil, 1995)

²Basado en el libro de Javier Aracil, Dinámica de Sistemas (1995).

De acuerdo con (García, 2018) una vez conocidas globalmente las variables del sistema y las hipotéticas relaciones causales existentes entre ellas, se pasa a la representación gráfica de las mismas, en el que las diferentes relaciones están representadas por flechas entre las variables afectadas por ellas. Esas flechas van acompañadas de un signo (+ o -) que indica el tipo de influencia ejercida por una variable sobre la otra. Un signo "+" quiere decir que un cambio en la variable origen de la flecha producirá un cambio del mismo sentido en la variable destino. El signo "-" simboliza que el efecto producido será en sentido contrario. Así cuando un incremento de A, produce un incremento de B, o bien una disminución de A provoca una disminución de B, tendremos una relación positiva. Y cuando un incremento de A, produce una disminución de B, o bien una disminución de A provoca un aumento de B, tendremos una relación negativa.

Por lo cual, asociando un signo a las relaciones de influencia se obtiene un diagrama de carácter cualitativo que proporciona información valiosa sobre la estructura del sistema (Ilustración 10b). Donde la cadena cerrada de relaciones causales recibe el nombre de bucle, realimentación o feedback que son herramientas claves dentro del modelamiento de la dinámica de sistemas y sirven para identificar los ciclos de realimentación y comportamiento interno de los sistemas (Chae & Olson, 2007). Los bucles pueden ser de realimentación negativa o bucles de realimentación positiva. (García, 2018) Se definen como positivos cuando el número de relaciones negativas es par, y negativos si es impar (igual que al multiplicar " $-a \times b = -c$ "), donde los bucles negativos llevan al sistema hacia una situación estable y los positivos lo hacen inestable, con independencia de la situación de partida, porque en esencia un bucle positivo es: $x_{n+1}=f(x_n*x_n)=f(x_n^2)$ y uno negativo es $x_{n+1}=f(x_n*(1-x_n))$ es decir el estado de una variable X en el periodo n+1 es función del estado que tenía en el periodo n, amplificado exponencialmente (Ilustración 11) si es un bucle positivo o si es un bucle negativo.

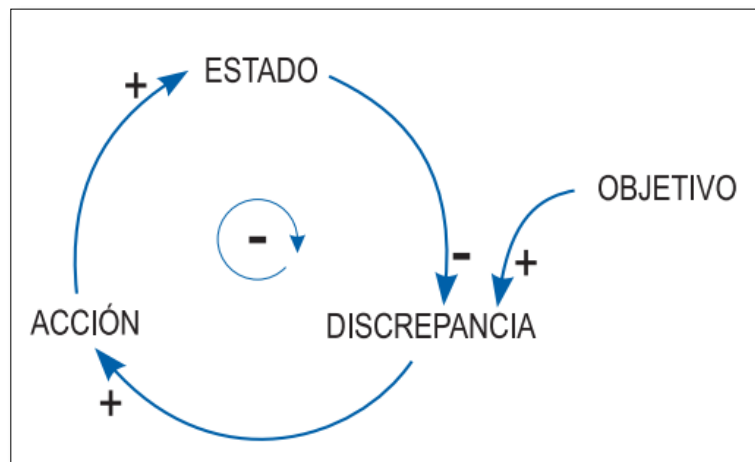
Ilustración 11. Amplificación exponencial de un bucle positivo y negativo



Fuente: Tomado de (García, 2018)

Continuando con (García, 2018) el proceso de llenado del vaso de agua formado por nosotros, el grifo y el vaso de agua es un bucle negativo porque está dirigido a conseguir un objetivo, llenar el vaso sin que se exceda, dado que, los **bucles negativos** actúan como elementos estabilizadores de los sistemas al dirigirlos hacia un objetivo determinado (Ilustración 12), es decir, la discrepancia entre el estado y objetivo determina la acción que modifica el estado en el sentido de que alcance el objetivo deseado (que la discrepancia se anule).

Ilustración 12. Diagrama bucle de realimentación negativa

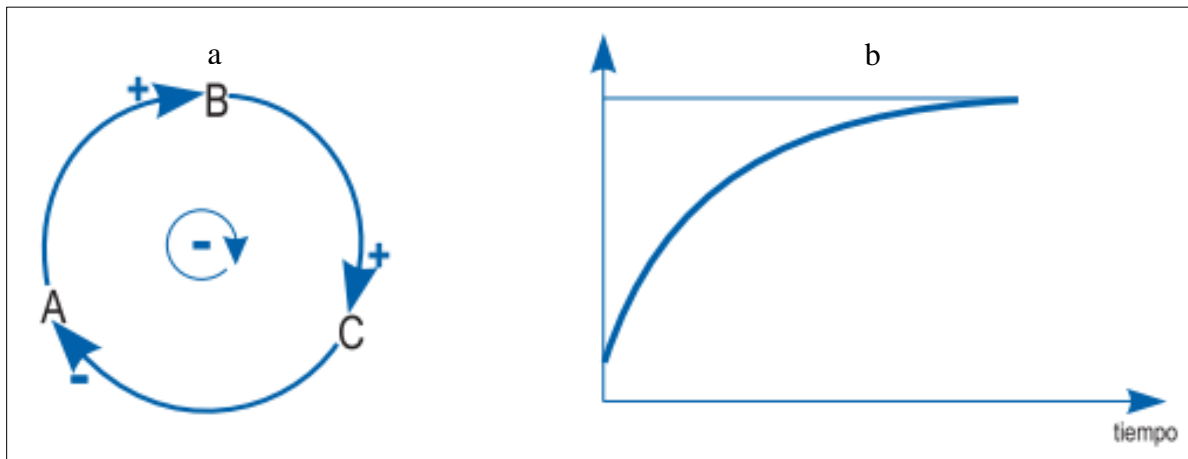


Fuente: Tomado de (Aracil, 1995)

Y (Aracil, 1995) su propiedad característica hace que, si alguno de sus elementos es perturbado por alguna acción exterior, el sistema, en virtud de su estructura, reacciona tendiendo a anular esa perturbación. Donde (Ilustración 13a) si el elemento B se incrementa, implicará el incremento de C, ya que la relación de influencia correspondiente es positiva, el incremento de C

implicará el decrecimiento de A, por el carácter negativo de la influencia, y el decrecimiento de A dará lugar al de B, pues la relación es positiva. Por lo tanto, el incremento inicial de B le vuelve, a lo largo de la cadena de realimentación, como un decremento; es decir, la propia estructura de realimentación tiende a anular la perturbación inicial, que era un incremento, generando un decremento. De este modo se comprende que los bucles de realimentación negativa son bucles estabilizadores (Ilustración 13b), que tienden a anular las perturbaciones exteriores.

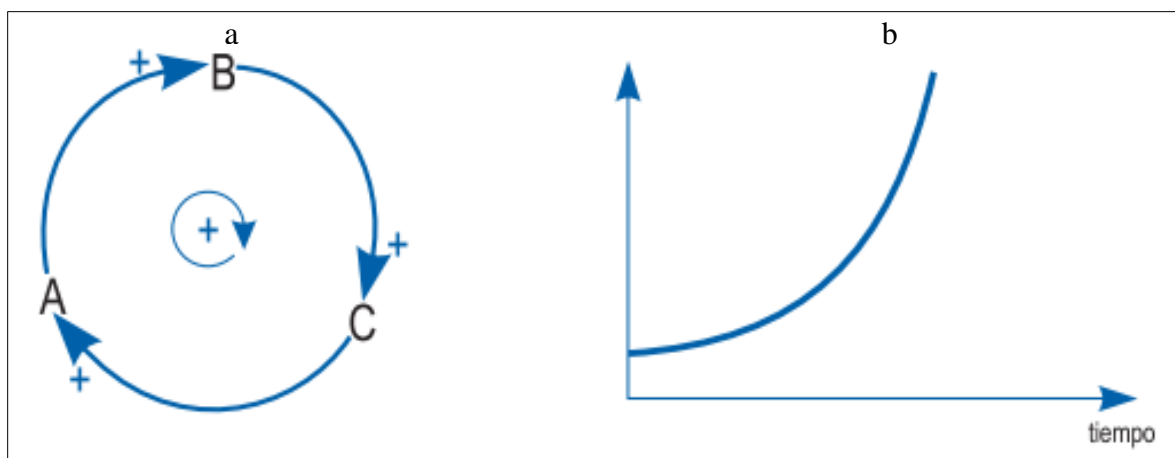
Ilustración 13. Estructura de realimentación negativa (a) y su comportamiento (b)



Fuente: Tomado de (Aracil, 1995)

Por otro lado, en un bucle de **realimentación positiva**, todas las influencias son positivas, y si las hubiese negativas, han de compensarse por pares. En el bucle positivo un estado determina una acción, que a su vez refuerza este estado y así indefinidamente. En la Ilustración 14a se representa de forma esquemática, mediante las letras A, B y C, un bucle de esta naturaleza. Con ayuda de este diagrama se puede analizar, de forma general, el comportamiento que genera este bucle. Si cualquiera de sus elementos sufre una perturbación, ésta se propaga, reforzándose, a lo largo del bucle. En este caso, si A se incrementa, entonces B se incrementa, dado el incremento de B, C se incrementa, y consecuentemente al C incrementarse, A se incrementa. Por lo tanto, la propia estructura del sistema determina que el crecimiento inicial de A vuelva reforzado a A, iniciándose de este modo un proceso sin fin que determinará el crecimiento de A (Ilustración 14b).

Ilustración 14. Estructura de realimentación positiva (a) y su comportamiento (b)

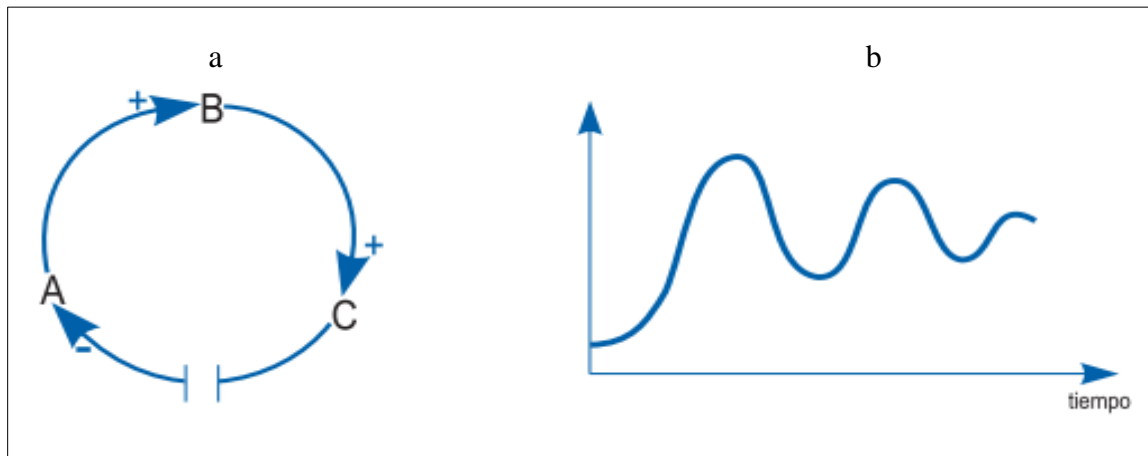


Fuente: Tomado de (Aracil, 1995)

Otro aspecto importante que puede ser identificado con este tipo de estructura son los **retrasos** implícitos dentro del sistema que afectan en gran medida los fenómenos reales. Como la caracterización de las variables se hace una a una, es fácil ver cuando el efecto no es inmediato y esto ayuda notablemente en la formulación final del modelo (Chandler, M., Boutilier, 1992). En este último caso, (Aracil, 1995) se tienen influencias a las que se asocian retrasos. En el diagrama de influencias, si A influye sobre B, y esta influencia tarda un cierto tiempo en manifestarse, entonces se añaden dos trazos sobre la flecha correspondiente. En la Ilustración 15a se muestra un bucle de realimentación negativa en el que la influencia entre C y A se produce con un retraso, por lo que la flecha correspondiente presenta dos trazos.

Los retrasos pueden llegar a tener una gran influencia en el comportamiento del sistema, dado que, en los bucles de realimentación positiva determinan que el crecimiento no se produzca a la velocidad esperada, mientras que, en los bucles de realimentación negativa se presencia una oscilación del sistema. así en la Ilustración 15b se presenta el posible comportamiento de la Ilustración 15a, en el que se produce una oscilación en torno al objetivo, donde, precisamente, el análisis de estas oscilaciones en una empresa con retrasos en la transmisión de información se encuentra en los orígenes de la dinámica de sistemas.

Ilustración 15. bucle de realimentación negativa con un retraso (a) y su comportamiento (b)



Fuente: Tomado de (Aracil, 1995)

En fin, (García, 2018) el concepto de bucle es muy útil dado que nos permite partir desde la estructura del sistema bajo estudio y llegar hasta su comportamiento dinámico, así, si un sistema oscila persistentemente, o se halla en equilibrio, o decae con rapidez, podemos identificar las razones estructurales y decidir como modificar los bucles causales que lo van a alterar, por lo cual, la utilidad más importante de esta concepción es comprender como la estructura de los sistemas provoca su comportamiento. Por otro lado, se debe tener en cuenta que en la realidad nos encontramos con sistemas complejos y no simples en los que coexistan múltiples bucles de alimentación y el comportamiento final dependerá de cuál es el dominante en un momento determinado.

Del Comportamiento:

En el apartado anterior se presentó de manera sistémica cual es la dinámica de la estructura de los sistemas de manera cualitativa representado mediante grafos. Adicionalmente se debe tener en cuenta como reelaborar matemáticamente los diagramas de influencias, para así generar las trayectorias que representan el comportamiento de los sistemas dinámicos, es decir, que es posible dilucidar el comportamiento del sistema a través de los elementos que aparecen en los nodos de los diagramas de influencias, y determinar si algunos de ellos representan variaciones respecto al tiempo de otras magnitudes consideradas en el diagrama.

Retomando de nuevo el proceso de llenado de un vaso de agua (Ilustración 10) la variable flujo de agua representa la variación con respecto al tiempo del nivel alcanzado por el fluido del vaso (Flujo de Agua \rightarrow Nivel), donde esta influencia se puede expresar de la forma:

$$\frac{dx}{dt} \rightarrow x$$

$\frac{dx}{dt}$ denota la variación de la magnitud X respecto al tiempo t, donde la variable $\frac{dx}{dt}$ se denomina variable de flujo, y la variable X se denomina la variable de estado o nivel.

Por lo cual, en un diagrama de influencias aparecen variables de nivel, variables de flujo y variables auxiliares. Las variables de nivel son normalmente las variables más importantes y representan esas magnitudes cuya evolución es especialmente significativa. Asociada a cada variable de nivel se encuentran una o varias variables de flujo, que determinan su variación a lo largo del tiempo. Por último, las variables auxiliares son el resto de las variables que aparecen en el diagrama, y representan pasos intermedios para la determinación de las variables de flujo a partir de las variables de nivel. Y una vez clasificados los elementos que aparecen en el diagrama de influencias en variables se tienen las condiciones para elaborar un diagrama de Forrester (o diagrama de flujos y niveles).

Según (Lievano & Villada, 2013) Los diagramas de flujos y niveles son representaciones gráficas usadas para desarrollar un análisis cuantitativo detallado de la estructura y comportamiento sistémico, representadas cualitativamente a partir de los diagramas causales. Estos diagramas son altamente usados en ciencias económicas y negocios, debido a que sus variables pueden ser fácilmente distinguidas entre flujos y niveles. Estos difieren principalmente de las unidades de medida y de su comportamiento en el sistema.

Continuando con (Lievano & Villada, 2013) las variables de nivel o estado se simbolizan mediante cuadros, representando la cantidad existente en una variable de interés en un momento dado del tiempo que pudo haberse acumulado en el pasado. Adicionalmente son entidades que se acumulan con el tiempo por variables que representan flujos de entrada o se disminuye por flujos de salida, donde la variable de flujo es una medida por unidad de tiempo y se pueden considerar como tasas en el esquema de simulación.

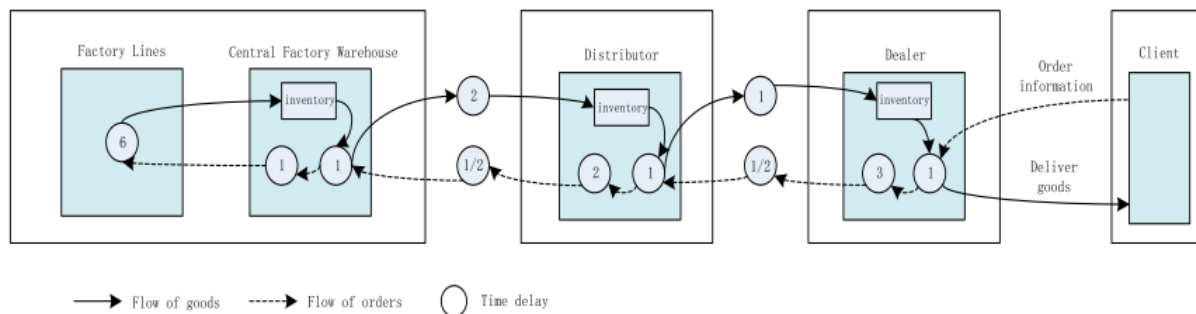
La dinámica de sistemas en el control de inventarios

La gestión de cadena de suministro puede verse como una cadena que conecta cada componente del proceso de suministro y fabricación, que inicia desde la recepción de la materia prima y finaliza con el suministro al cliente final. Esta filosofía de gestión se centra en como las

empresas hacen uso de sus procesos de suministro, tecnología, información y habilidades para mejorar su ventaja competitiva (Ariffin, A. S., Abas, Z., & Baluch, 2015), donde el alcance de los principios y prácticas de las operaciones de la cadena de suministro es un desafío, ya que los tomadores de decisiones tienen más dificultad para ver a través de la complejidad y la incertidumbre involucrada en la cadena de suministro (Liu, H. C., Liu, L., & Liu, 2013), por lo cual, con el fin de agilizar y apoyar la toma de decisiones el modelado computacional se ha convertido en una herramienta muy útil para representar varios sistemas, y su aplicación en la cadena de suministro ha apoyado la retracción de eslabones de cadenas complejas (Sandhu, M. A., Helo, P., & Kristianto, 2013).

Entre los principales estudios que vinculan la dinámica de sistemas con la cadena de suministro se encuentra a (J.W. Forrester, 1961) quien observó que un pequeño cambio en el patrón de la demanda se magnificaba según fluía a través de los procesos de distribución, producción y aprovisionamiento, donde esta amplificación se debía a los problemas derivados de la existencia de tiempos de suministro y a la inexactitud de las previsiones de la demanda dada la variabilidad de esta. Dando así paso al conocido *Efecto Forrester*, el cual es uno de los indicadores de eficacia de la cadena de suministro. Así mismo Forrester 1961 utilizó la metodología de dinámica de sistemas para desarrollar un modelo que le permitiera estudiar el proceso de gestión de demanda a lo largo de la cadena de suministro (Ilustración 16), incorporando en el modelo variables como los niveles de inventario, las ordenes de reabastecimiento, fabricación, previsiones entre otras, así mismo consideró restricciones de capacidad, gestión de pedidos, niveles de servicio, medida del efecto Bullwhip y costes de inventario asociados a cada nivel de la cadena de suministro.

Ilustración 16. Cadena de suministro de Forrester



Fuente: Tomado de (Jian Li & Zheng, 2013)

La simulación ha sido ampliamente utilizada en la gestión de la cadena de suministro, sobre todo por las oportunidades que esta herramienta proporciona, al permitir establecer los niveles del inventario deseado en diferentes etapas de la cadena de suministro, así como los objetivos del nivel de servicio, objetivos basados en la incertidumbre, que mejoran los procesos de planeación, programación y ejecución (Banks, J., Buckley, S., Jain, S., Lendermann, P., & Manivannan, 2002). Así, los modelos de simulación pueden representar la variabilidad explícitamente, la interconectividad y complejidad de un sistema. Como resultado, es posible con una simulación predecir el rendimiento del sistema, comparar múltiples sistemas alternativos y determinar el efecto de cada política en el rendimiento (Robinson, 2004).

El estudio de la dinámica de sistemas de inventarios surge por la necesidad de las empresas de responder a los cambios que se presentan en la demanda de los clientes, así como los retos que imponen los avances en tecnología empresarial, en los procesos, servicios, técnicas y diseños, así, la dinámica de sistemas juega un papel relevante en la gestión de inventarios, dado que esta metodología permite observar con detalle el comportamiento de los inventarios, ayudando en gran medida a la toma de decisiones, sobre todo cuando se generan cambios en la demanda (J.W. Forrester, 1999). Ya que, con esta herramienta es posible determinar, mediante el uso de la simulación, cual es el comportamiento que están enfrentando ciertas variables frente a ciertos estímulos (Agudelo Serna & López Rivera, 2018). Según (Vidal Holguin, 2010) entre las ventajas de simular sistemas de inventarios, se puede resaltar la posibilidad de presentar con gran precisión distribuciones de demanda y de lead times imposibles de abordar de forma analítica, se puede predecir el comportamiento de diversas políticas sin necesidad de experimentar en el sistema mismo, se presenta facilidad para controlar condiciones experimentales difíciles de implementar en la realidad (limitaciones de capital o de almacenamiento), se pueden analizar horizontes de tiempo relativamente largos.

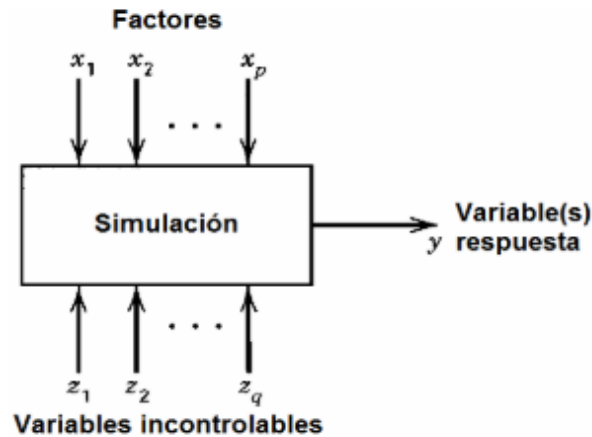
(J.D. Sterman, 1997), utilizó la dinámica de sistemas para construir un modelo de gestión de inventarios general (Ilustración 17), el modelo está dividido en dos partes, la primera parte corresponde a la estructura del modelo y la segunda parte a las reglas de decisión, formando así un entorno básico de inventarios para evaluar múltiples decisiones, generando cambios en los escenarios de la simulación.

inventario, desarrollado para encontrar una solución óptima que minimice el costo total de inventario y mejore el nivel de servicio al cliente. (Fu-gui, Hui-mei, & Bing-de, 2012) Utilizaron el software AnyLogic, para construir el modelo de simulación del sistema de inventario de un solo punto, compararon dos estrategias de reabastecimiento, las estrategias (R, S) y (Q, R), y los resultados de la simulación muestran que la estrategia (R, S) es mejor que la estrategia (Q, R). Luego, vinculan a el experimento un proceso de optimización para analizar la política de inventario óptima para minimizar el costo de inventario con un cierto nivel de servicio. (Attanayake, Kashef, & Andrea, 2014) desarrollan modelos conceptuales y de simulación para calcular y minimizar el costo de inventario para las políticas de revisión continua bajo demanda y tiempo de entrega estocástico. (Takeda Berger, Tortorella, & Frazzon, 2018) utilizaron la simulación para modelar cuatro estrategias diferentes de gestión de inventarios para productos terminados, los resultados se midieron a través de los indicadores de tiempo de entrada y el nivel de servicio, considerando comportamientos estocásticos en los procesos de abastecimiento y de producción. (Kim Cuc et al., 2019) presenta un enfoque de simulación para seleccionar políticas de inventario adecuadas para una cadena de suministro de dos escalones. Diferentes políticas de control de inventarios, incluida la revisión continua (s,S) y periódica (R,S), se consideran simultáneamente. La demanda del cliente y el tiempo de entrega se consideran parámetros estocásticos, que tienen distribuciones de probabilidad. Se analiza un conjunto de cantidad de pedido y punto de pedido para diferentes políticas de inventario en función del costo total de pedido, mantenimiento y escasez.

El diseño de experimentos y la simulación.

(Salazar & Zapata, 2009) Los estudios de simulación son de gran utilidad para conocer el comportamiento de ciertos fenómenos bajo diferentes escenarios virtuales. En el campo de la estadística son muy comunes los estudios de robustez, para observar el comportamiento de un estimador ante diferentes situaciones hipotéticas que pueden presentarse en la realidad. Por lo cual, dada la semejanza entre los estudios de simulación y los estudios experimentales, se presenta gran relación entre el diseño y análisis de experimentos en los estudios de simulación. (Montgomery, 2004) En cuanto al tipo de experimento, en términos generales se piensa en un experimento de efectos fijos especialmente diseños 2^k , 3^k y diseños fraccionados, dado que es muy probable que en los estudios de simulación el recurso más importante sea el tiempo invertido en las corridas. En cualquier caso, el esquema del modelo se presentaría como se muestra en la Ilustración 18.

Ilustración 18. Esquema general de un estudio de simulación



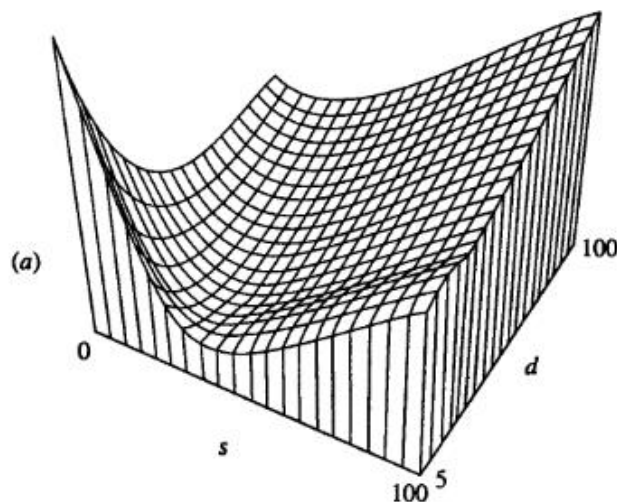
Fuente: Tomado de (Salazar & Zapata, 2009) adaptado de (Montgomery, 2004)

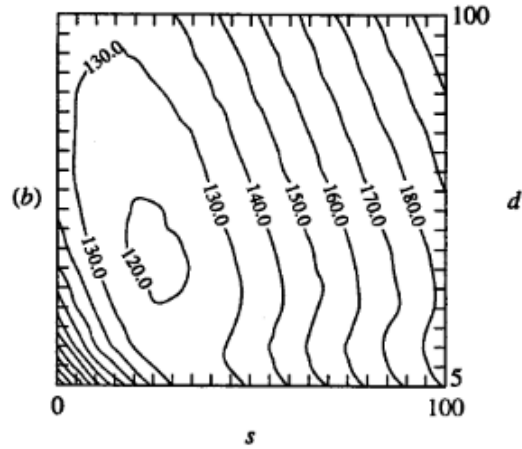
(Salazar & Zapata, 2009) proponen el uso del diseño y análisis de experimentos en los estudios de simulación, utilizando el análisis de varianza y la regresión múltiple, a manera de ejemplo presentan la aplicación en un modelo de Markov de tres estados. (Janssen, Sauer, Claus, & Nehls, 2018) desarrollaron un modelo estocástico de inventarios para múltiples artículos perecederos en supermercados con restricciones de días de cierre, de capacidad de stock total, tiempo de entrega positivo, control de inventario periódico, y políticas mixtas de emisión FIFO y LIFO para artículos perecederos con una vida útil fija bajo demanda aleatoria no estacionario. En la simulación presentaron cuatro escenarios en los que varían las políticas de cierre de las tiendas, utilizando la herramienta de simulación Tecnomatix Plant Simulation y con IBM ILOG Solver calcularon la solución óptima para el problema de pedido mediante la aplicación de un diseño factorial completo para parámetros variables, obteniendo una combinación de 36 parámetros variables, es decir 144 experimentos para los cuatro escenarios. (S. Wang et al., 2019) utilizaron el software Plan Simulation para construir un modelo de simulación de inventarios (s , S) para una empresa comercializadora de un solo tipo de producto, analizando la composición del costo de dos métodos de entrega, el inventario de seguridad, el inventario máximo, entre otros. Posteriormente a la simulación realizaron un análisis factorial y un análisis multifactorial de dos niveles para optimizar la estrategia del inventario. En (Ekren & Örnek, 2008), se presenta la evaluación de alternativas para aumentar el tiempo de flujo de producción mediante un diseño experimental y simulación, donde en dicho experimento se analiza y evalúa por medio de un diseño factorial de efectos mixtos el efecto que tienen los parámetros del proceso sobre el desempeño operativo. Se

estudia en (Oviedo-Trespalacios & Peñabaena, 2015), un sistema de producción diseñado bajo la filosofía JIT, específicamente un sistema Kanban con producto en proceso, teniendo en cuenta la eficiencia operacional. En el estudio se desarrolla una metodología que muestra las ventajas de la aplicación de la técnica de superficie de respuesta para la optimización de sistemas simulados, resaltando que mediante diseños experimentales podemos describir la interacción y relaciones que tienen diferentes factores acerca del sistema. Además, haciendo uso de esta metodología es posible evaluar el efecto de las interacciones o curvaturas de los planos de operación. (C. N. Wang et al., 2020) simulan un sistema de inventarios de revisión continua y de revisión periódica con el software Arena, donde el problema se centra en determinar los niveles de los factores como la cantidad de pedido, el punto de reorden, el stock objetivo, y la política de revisión del inventario, con el objetivo de optimizar el costo total de mantener inventario y una penalización de pedidos pendientes, utilizando la metodología de superficies de respuesta (RSM), la cual consiste en realizar una prueba de potencia y tamaño de muestra, un diseño factorial completo y el diseño de Box-Behnken, con el fin de mejorar el rendimiento del almacén.

En (Kelton, 2004) se encuentra un análisis del uso de múltiples técnicas del diseño experimental en la simulación, entre estos un ejemplo gráfico (Ilustración 19) de un metamodelo del problema general de inventarios, en el cual se simula un sistema de inventarios y se presenta la superficie de respuesta de acuerdo al costo promedio (mantenimiento, pedido y escasez) por mes, teniendo en cuenta factores como el punto de reorden y la cantidad a ordenar (sistema s, Q).

Ilustración 19. a) superficie de respuesta y b) óptimo del modelo (s, Q)





Fuente: Tomado de (Kelton, 2004)

Continuando con (Kelton, 2004) también presenta de manera gráfica la superficie de respuesta del problema de inventarios con ajuste a un modelo de regresión cuadrática completa de las salidas del modelo de simulación con cinco repeticiones y 80 corridas, y otro con 180 corridas.

Diseño metodológico

El presente estudio de investigación se desarrollará con relación a la construcción de los modelos de inventarios y de simulación en las siguientes etapas:

Etapas I: Recolección y análisis de información: Esta etapa consiste en organizar principalmente la información presentada por la empresa, para así posteriormente pasar al análisis de ésta y determinar los parámetros necesarios y adecuados para el tratamiento de la información, tanto en la construcción del modelo matemático como en la construcción del modelo de simulación.

Etapas II: Construcción del modelo matemático y la función de costos: En esta etapa se modela el proceso matemático bajo el sistema de inventarios continuo y el sistema periódico haciendo uso de la información recolectada y analizada en la primera etapa, la cual contiene los parámetros de entrada para el modelo.

Etapas III: Modelamiento del sistema de inventarios: Se contempla el modelamiento de la dinámica de los sistemas de inventarios haciendo uso del diagrama causal para representar la estructura de los sistemas y el diagrama de Forrester para simular el comportamiento del sistema en el software STELLA, esto a partir de la información y los modelos planteados en la primera etapa, la cual contiene los parámetros de entrada al modelo.

Etapas IV: Diseño experimental: Se procede a simular cambios con los niveles de los factores (cantidad a ordenar, punto de reorden, objetivo de inventario, política de revisión) que afectan significativamente las variables de salida (costos totales), para un posterior análisis usando la metodología de superficies de respuesta, la cual consiste del test de poder y de tamaño de muestra, diseño factorial completo, y el diseño de Box- Behnken, para encontrar los niveles de los factores óptimos que minimizan los costos totales.

VI: Resultados del estudio: Síntesis de las etapas anteriores, se generan los resultados, discusiones y conclusiones del objeto de estudio, se realizará la propuesta de recomendaciones para la formulación de la política de control de inventarios que debe adoptar la empresa.

Desarrollo del trabajo

Análisis de la información de entrada

Esta etapa se divide en dos partes, una primera parte que permite organizar la información de costos presentada por la empresa, con el fin de determinar los costos de preparación y almacenamiento, por otra parte, se realiza el análisis del comportamiento de los datos históricos de demanda (ventas) de la empresa y así determinar el sistema de pronósticos que mejor se ajusta al patrón encontrado.

Análisis de costos de inventarios

Entre los costos asociados a la administración de inventarios, en especial para los modelos que se derivan del sistema de cantidad económica de pedido (EOQ), los costos del inventario se dividen en tres categorías: el costo de llevar el inventario, el costo de ordenamiento y el costo de escasez. Cabe resaltar que la información de costos se le solicitó a la empresa de manera discriminada para así proceder a calcular cada uno de los costos mencionados anteriormente.

Costos de llevar el inventario

Como se pudo observar en la revisión de la literatura, la clasificación de los costos de llevar el inventario puede variar de un autor a otro, en este caso se realizaron cuatro divisiones para realizar el cálculo, donde, se tomó en consideración inicialmente el costo de capital, siendo el componente más grande entre los costos de almacenamiento, costo que incluye variables como los intereses sobre el capital de trabajo y el costo de oportunidad del dinero invertido en el inventario.

En segunda instancia se obtuvieron los costos de servicios de inventario, donde se incluyen los costos asociados con los seguros e impuestos y el uso de tecnologías de información (aplicaciones, ERP, equipos RFID, entre otros), todos relacionados con el inventario.

La tercera división hace referencia a los costos de almacenamiento, incluyendo así el costo de mantenimiento de las instalaciones físicas, la depreciación, los impuestos y seguros de propiedad, los últimos dos teniendo en cuenta que los almacenes son propiedad de la compañía, para así obtener los costos de operar la bodega. Así mismo, se tomaron en consideración otros gastos variables que dependen del uso del almacén, como son el gasto

de los servicios (luz, ventilación, agua, etc) y el uso de almacenamientos adicionales de emergencia por saturación.

Por último, se tomaron en cuenta los costos de riesgo, donde se tiene en consideración las desvalorizaciones que puede sufrir el inventario a lo largo del periodo de almacenamiento, así como la obsolescencia, el deterioro en tránsito o durante el periodo de almacenamiento y los costos por pérdidas de producto.

Tabla 6. Costo de llevar el inventario (r)

Costo de capital u oportunidad	Gastos financieros	\$ 83.113.104,35
Costos de servicio	Seguros, impuestos, TI	\$63.165.959,30
Costos de almacenamiento	Operar la bodega, espacio	\$ 66.490.483,48
	Otros gastos variables	\$ 19.947.145,04
Costos de riesgo	Productos obsoletos, robo, deterioro	\$ 13.298.096,70
Costo de llevar el inventario anual (\$/año)		\$ 246.014.788,86
Valor del inventario anual		\$1.662.262.086,92
Costo de llevar el inventario % (r)		14.8%
Precio de venta por unidad (\$/unidad) (v)		\$ 217.973
Costo de llevar el inventario (\$/unidad)		\$ 32.260

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo con la Tabla 6, se evidencia que, al dividir los costos de llevar el inventario sobre el valor anual del inventario, la empresa está asumiendo una tasa de llevar el inventario (r) de 14.8% de los costos de venta en cada unidad vendida, es decir \$32.260 por unidad.

Costos de preparación

Para el cálculo del costo de procesamiento de una orden, es decir, el costo en que se incurre cada vez que se realiza una orden, se realizó una división en dos partes, la primera que considera los costos de procesamiento de la orden en si misma (costos de comunicación + costos administrativos) y la segunda, los costos de logística entrante, donde los costos de comunicación por orden, se determinaron a partir del costo de telefonía sobre el consumo promedio de minutos/mes, obteniendo así el valor por minuto, el cual se multiplicó por la duración de una llamada promedio para efectuar un pedido, por otro lado, el costo administrativo de facturación por orden se consideró al tener en cuenta la mano de obra

administrativa vinculada en el proceso, más el costo del internet y los elementos de facturación.

En segunda instancia se dividieron los costos en costos de logística entrante, relacionada con el transporte y la recepción, donde para el costo de transporte interno se toma en consideración el costo del uso de los elementos de transporte requeridos para el movimiento del producto, y por último, el costo de recepción por orden, determinado a partir de la mano de obra utilizada para el proceso de descarga e inspección, donde estos costos están definidos con base al costo promedio por día de un operario estipulado por la empresa, dado que, el día en que llega un pedido estos operarios se utilizan solo para esta operación.

Tabla 7. Costo de hacer un pedido (A)

Costos del proceso de ordenamiento	
Costos de telefonía fija	\$ 224.900
Consumo promedio de minutos/mes	2400
Valor por minuto	\$ 93,71
Duración promedio llamada por orden	30
Costos de Comunicación por orden	\$ 2.811
Costos administrativos de facturación por orden	\$ 45.820
Costos de transporte interno por orden	\$ 21.797,30
Costos de recepción por orden	\$ 126.667
Descarga	\$ 53.333
Inspección	\$ 73.333
Total	\$ 197.095

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 7, se puede observar cómo al realizar la sumatoria de los costos mencionados anteriormente se determina un costo de ordenamiento total de \$197.095 por orden.

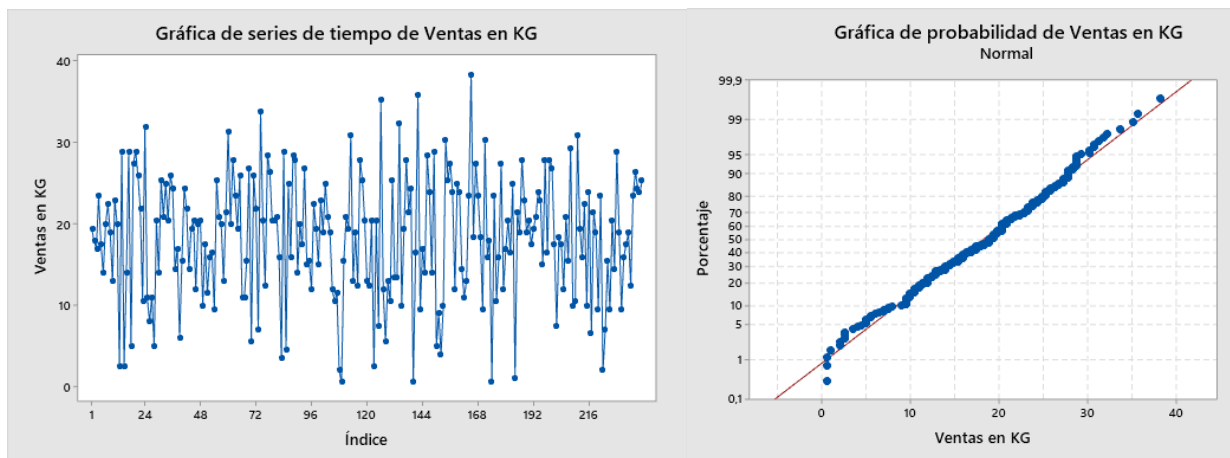
Análisis de la demanda

El análisis de los datos históricos de las ventas (ANEXO 1) es fundamental para realizar estimaciones que son de utilidad para la construcción del modelo del sistema de inventarios, tanto matemático como en la simulación, dado que, con estos datos se realiza el pronóstico, el cual, tiene como objetivo en los sistemas de inventarios, obtener los errores de los pronósticos que permiten

estimar el inventario de seguridad, y la demanda media para el cálculo del punto de reorden y la cantidad a pedir.

En la Ilustración 20 se presenta la serie de tiempo para las ventas del producto, serie compuesta por 239 días, donde las ventas reales se realizan en tarros (497 gramos), para este caso se pasaron los datos a kilogramos para un mejor manejo de la información.

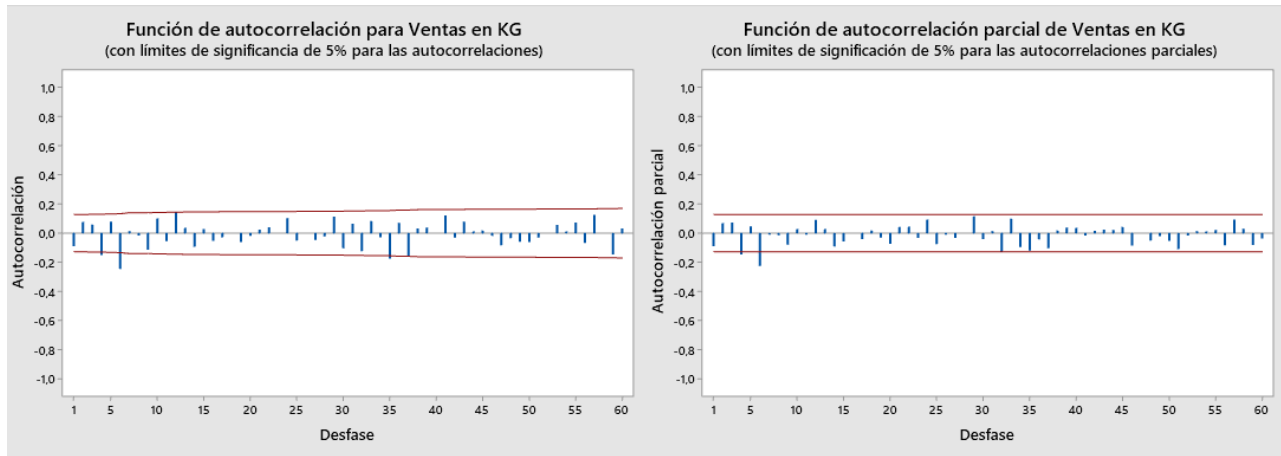
Ilustración 20. Serie de tiempo (a) y gráfica de probabilidad normal (b)



Fuente: Elaboración propia con Minitab

Como se puede evidenciar en la Ilustración 20a, la serie de datos presenta un patrón de comportamiento perpetua o uniforme, ya que, los datos se encuentran dispersos a lo largo de una línea horizontal sin aumentos o disminuciones consistentes en el tiempo, así mismo se puede observar que las ventas del producto varían en su mayor proporción entre 10 a 30 kg por día. Y en algunas ocasiones aproximadamente 2.92% de las veces se han superado los 30 kg/día. En la Ilustración 20b, se presenta que los datos se ajustan a una distribución normal, por lo cual, se determina que no es necesaria aplicarle una transformación a la serie original.

Ilustración 21. función de autocorrelación (a) y autocorrelación parcial (b)



Fuente: Elaboración propia con Minitab

La Ilustración 21 de autocorrelación muestra las autocorrelaciones estimadas y los límites de probabilidad para los datos de la serie. Las barras que se extienden más allá de los límites superior e inferior corresponden a las autocorrelaciones estadísticamente significativas, es decir, que para esta serie no se presentan claramente retardos estadísticamente significativos diferentes de cero a lo largo de los periodos. De la misma manera se presenta en la función de autocorrelación parcial, indicando así que no existen problemas de estacionariedad en media y en varianza de la serie original.

De acuerdo con el gráfico de serie y el autocorrelograma, se determina que la serie presenta un patrón estable y es estacionaria, por lo cual, según (Castro Zuluaga, 2008), los modelos que mejor se ajustan a este tipo de patrones son: el modelo de media, el promedio móvil simple, el promedio móvil ponderado, la suavización exponencial, así mismo, se pueden utilizar métodos más complejos que tienen en cuenta la dependencia existente entre los datos, es decir, que cada observación es modelada en función del pasado, donde estos modelos se conocen con el nombre genérico ARIMA. Para este caso, el último modelo nombrado no se hace necesario dada la evidencia encontrada en la Ilustración 21.

Tabla 8. Modelos de pronósticos y medidas de exactitud

<i>Modelo</i>	<i>RMSE</i>	<i>MAD</i>	<i>MAPE</i>	<i>ME</i>	<i>MPE</i>
(A) Suavización exponencial simple con alfa = 0,019*	7,670	6,190	107,953	-0.001781	-84.3217
(B) Promedio móvil simple de 3 términos	8,640	6,947	109,667	0,0596681	-81,826
(C) Promedio móvil simple de 6 términos	8,564	6,880	113,485	0,0981202	-86,581
(D) Media constante = 18,2143	7,623	6,192	107,552	-1,0405E-14	-84,043

* Para el valor del alfa se calculó el valor optimo, de acuerdo con este se realizó un análisis exploratorio alrededor del para ver si se mejoraba el valor del alfa obteniendo así el valor aquí indicado.

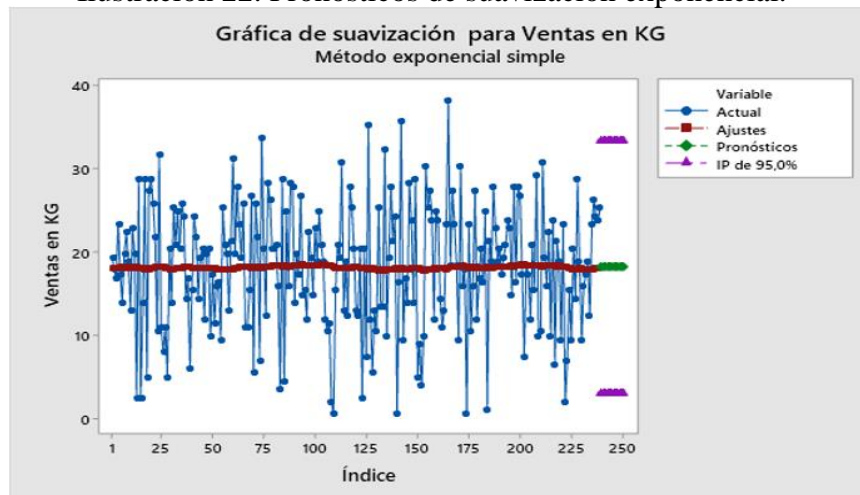
Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 8, se presenta un cuadro comparativo para tres métodos de pronósticos. Donde, en términos del ajuste y de la capacidad de pronóstico parece mejor el modelo (A) y (D), ya que, las medidas de exactitud de los modelos tienen RMSE, MAD y MAPE pequeños, los cuales miden la varianza de los errores del pronóstico, así mismo las medidas de sesgo ME y MPE son cercanos a 0. De acuerdo con la revisión teórica de los pronósticos en inventarios y la similitud de resultados entre los dos métodos mencionados, se determina que el modelo A es mejor en términos de capacidad y ajuste, así como para el efecto práctico en los sistemas de inventarios.

En la Ilustración 22, se presenta el pronóstico realizado con el método de suavizamiento exponencial con alfa = 0.019, el cual se basa en la expresión:

$$F_t = \alpha D_{t+1} + (1-\alpha)F_{t-1}$$

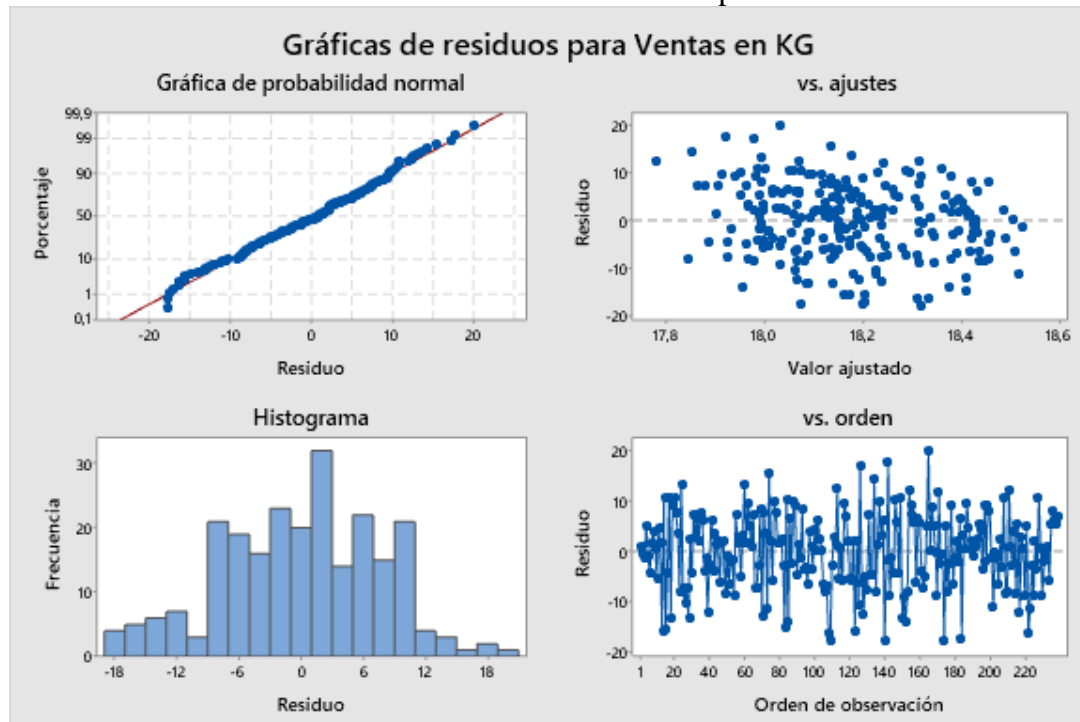
Ilustración 22. Pronósticos de suavización exponencial.



Fuente: Salida Minitab

En la Ilustración 23, se presenta el cumplimiento de los supuestos, donde, los residuos están normalmente distribuidos, dado que siguen aproximadamente una línea recta en el gráfico de probabilidad normal, así mismo, los residuos exhiben simetría alrededor de 0 en el histograma, en términos de la aleatoriedad, se observa en el gráfico de orden vs residuo la aleatoriedad, y en el gráfico de valor ajustado vs residuo se evidencia que no existe sesgo y la varianza es constante.

Ilustración 23. Gráfica de residuos del pronóstico



Fuente: Salida Minitab

Modelamiento del sistema de inventarios.

En este apartado se tratan los modelos matemáticos de los sistemas de control de inventarios para el sistema continuo (s,Q) y (s,S), y para el sistema periódico (R,S) (R,s,S) con P2 especificado y asumiendo los faltantes como ventas perdidas (ver Vidal Holguin, 2010), para así posteriormente diseñar la simulación con el software STELLA® 9.0.2 , con el fin de comparar los resultados teóricos con los resultados de la simulación.

Cálculo de los modelos de inventarios

Inicialmente se calcularon los parámetros necesarios para la construcción de los modelos, en la Tabla 9 se presenta un resumen de estos parámetros, para así proceder al cálculo de cada uno de los sistemas de control de inventarios.

Tabla 9. Resumen de parámetros de entrada

Descripción	Parámetro	Valor
Media pronóstico (días)	\bar{d}	18.626
MAD (días)	MAD	6.19
Demanda Anual	$D = \bar{d} * 365$	6798.49
Precio de venta unitario	V	217,973
Inventario inicial (kg)		400
Costo de llevar el inventario %	r	14.80%
Costo de llevar inventario (\$)	$V * r$	32,260.004
Costo de ordenamiento	A	197,095.217
Lead Time (días)*	LT	8
Nivel de servicio**	P2	97.5%
Fracción de costo por unidad de faltante***	B2	20.00%

* Definido como el tiempo promedio de las entregas realizadas.

** Definido como el mínimo nivel de servicio que la empresa tiene establecido.

*** Determinado como la utilidad perdida + 1 % de pérdida de imagen.

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presentan los modelos matemáticos de los sistemas de revisión continua (s,Q) y (S,s).

Tabla 10. Modelo s, Q

Modelo (s, Q)	
Ecuaciones	Resultado
$EOQ = \sqrt{\frac{2DA}{vr}}$	288.22
$s = \hat{x}_L + SS$	151.6
$\hat{x}_L = d * L$	149
$SS = k\hat{\sigma}_L$	2.626
k^*	0.12
$G_u(k) = \frac{Q}{\sigma_L} \frac{(1 - P_2)}{P_2}$	0.34
$\hat{\sigma}_L = \hat{\sigma}_1 * \sqrt{L}$	21.88
$\hat{\sigma}_1 = 1.25 * MAD$	7.74
Costo de pedir $\frac{DA}{Q}$	\$4.649.020,73
Costo de mantener $\left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L\right)$	\$4.733.741,78
Costo de faltantes $\frac{D}{Q} (B_2v) \sigma_L G_u(k)$	\$7.599.421,80
Costo Total	\$16.982.184,31

* k es un factor de seguridad, determinado a partir de $G_u(k)$ que es una función especial de la distribución normal estándar $N(0,1)$.

Fuente: Elaboración propia

Tabla 11. Modelo S,s

Modelo (s, S)	
Ecuaciones	Resultado
$S = EOQ + s$	439.86
$EOQ = \sqrt{\frac{2DA}{vr}}$	288.22
$s = \hat{x}_L + SS$	151.63
$\hat{x}_L = d * L$	149
$SS = k\hat{\sigma}_L$	2.626
Regla de decisión (rd)	0.58
If $rd > 1$ then $k = \sqrt{2Ln(rd)}$ else k^*	0.12
$G_u(k)$	0.34
$\hat{\sigma}_L = \hat{\sigma}_1 * \sqrt{L}$	21.88
$\hat{\sigma}_1 = 1.25 * MAD$	7.74
Costo de pedir $\frac{DA}{Q}$	\$4.649.020,73
Costo de mantener $\left(\frac{Q}{2} + k\sigma_L\right)$	\$4.733.741,78
Costo de faltantes $\frac{D}{Q} (B_2v) \sigma_L G_u(k)$	\$7.599.421,80
Costo Total	\$16.982.184,31

Elaboración propia

De acuerdo con los modelos anteriores se puede observar que el modelo (s,Q) presenta un costo total de \$16.982.184,31 pesos, igualmente el modelo (s,S), esto se debe a que el modelo matemático no contempla el comportamiento dinámico de S, dado que el parámetro cambia en cada periodo de reposición, así mismo la función de costos sigue estando dada en términos de Q.

En la tabla 11 y en la tabla 12 se presentan los modelos de revisión periódica (R,S) y el modelo mixto (R,s,S), en los modelos de revisión periódica se incluye el parámetro R, el cual determina el periodo de revisión del inventario, de acuerdo con (Vidal Holguin, 2010) este periodo de revisión incluye un costo adicional en el costo de ordenamiento, el cual es aproximadamente de 15%. Por lo cual, al costo de ordenamiento de \$197.095,21 se le adiciona un 15% que pertenece al costo de revisión, obteniendo así un costo de ordenamiento de \$226.659 (A').

En términos del sistema (R,s,S), se tiene que es un sistema de control de inventarios periódico, en el cual se revisa el inventario cada **R** unidades de tiempo, y si este es igual a **s** unidades o menos se ordena una cantidad **S**. De acuerdo con (Silver et al., 1998), la determinación simultánea de los valores óptimos de los tres parámetros es extremadamente difícil, debido a la dificultad de considerar una distribución probabilística de las caídas del inventario por debajo del punto de reorden. Por lo cual, el autor considera necesario la utilización de métodos heurísticos para el sistema.

A continuación se presenta el método heurístico llamado “*Aproximación Exponencial Revisada*”, el cual trata de ecuaciones empíricas halladas por extensivos ensayos sobre múltiples casos, encontrándose así que el método funciona muy bien para la mayoría de las circunstancias que pueden encontrarse en el entorno empresarial (Vidal Holguin, 2010).

Paso 1: Calcule

$$Q_p = 1.3\hat{x}_R^{0.494} \left(\frac{A'}{vr} \right)^{0.506} \left(1 + \frac{\sigma_{R+L}^2}{\hat{x}_R^2} \right)^{0.116}$$

$$s_p = 0.973\hat{x}_{R+L} + \sigma_{R+L} \left(\frac{0.183}{z} + 1.063 - 2.192z \right)$$

donde:

$$z = \sqrt{\frac{Q_p r}{\sigma_{R+L} B_3}}$$

$$\hat{x}_R = DR$$

$$\hat{x}_{R+L} = D(R + L)$$

Paso 2: si $Q_p/\hat{x}_R > 1.5$ entonces

$$s = s_p$$

$$S = s_p + Q_p$$

De lo contrario, ir al paso 3.

Paso 3: Calcule:

$S_0 = \hat{x}_{R+L} + K\sigma_{R+L}$ donde k satisface la ecuación:

$$p_u(k) = \frac{r}{B_3 + r}$$

$$s = \min \{s_p, S_0\}$$

$$S = \min \{s_p + Q_p, S_0\}$$

De acuerdo con la heurística presentada, algunas ecuaciones están dadas para la regla de decisión que considera un valor fraccional especificado (**B₃**) por unidad de peso faltante, para el presente trabajo se consideró la regla de decisión de la fracción especificada (**B₂**) de la demanda a ser satisfecha, es decir, con un nivel de servicio preestablecido (P2=97.5%). Por lo cual, se reemplaza el valor de B₃ por B₂ en el cálculo de Z y se determina el factor k a partir de Gu(k) y no de Pu(k).

Tabla 12. Modelo R, S

Modelo (R, S)	
Ecuaciones	Resultado
$EOQ = \sqrt{\frac{2DA'}{vr}}$	309
$R = \frac{EOQ}{D} * 365$	17 días
$S = \hat{x}_{R+L} + SS$	484.22
$\hat{x}_{R+L} = d(R + L)$	465.65
$SS = k\hat{\sigma}_{R+L}$	18.6
k	0.48
$G_u(k) = \frac{DR}{\sigma_{R+L}} \frac{(1 - P_2)}{P_2}$	0.2049
$\hat{\sigma}_{R+L} = \hat{\sigma}_1 * \sqrt{L + R}$	38.69
$\hat{\sigma}_1 = 1.25 * MAD$	7.74
<i>Costo de pedir</i> $\frac{A'}{R}$	\$4.985.519,31
<i>Costo de mantener</i> $\left(\frac{DR}{2} + k\sigma_{R+L}\right) vr$	\$5.584.587,58
<i>Costo de faltantes</i> $\frac{1}{R} (B_2 v) \sigma_{R+L} G_u(k)$	\$7.599.421.8
Costo Total	\$18.169.528,7

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 13. Modelo R, s, S

Modelo (R, s, S)	
Ecuaciones	Resultado
$S_p = s$	451.428
$S_0 = S$	476.662
Q_p	217.2
z	0.57
$R = \frac{EOQ}{D} * 365$	17 días
\hat{x}_R	309.1
\hat{x}_{R+L}	458.1
$SS = k\hat{\sigma}_{R+L}$	18.42
Regla de decisión (rd)	0.7028
K	0.48
$G_u(k)$	0.2049
$\hat{\sigma}_{R+L} = \hat{\sigma}_1 * \sqrt{L + R}$	38.69
$\hat{\sigma}_1 = 1.25 * MAD$	7.74
<i>Costo de pedir</i> $\frac{A'}{R}$	\$4.985.519,31
<i>Costo de mantener</i> $\left(\frac{DR}{2} + k\sigma_{R+L}\right) vr$	\$5.584.587,58
<i>Costo de faltantes</i> $\frac{1}{R} (B_2 v) \sigma_{R+L} G_u(k)$	\$7.599.421.8
Costo Total	\$18.169.528,7

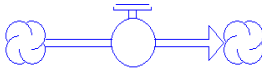
Fuente: Elaboración propia


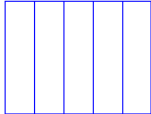

De acuerdo con los modelos del sistema de revisión continua y los de revisión periódica, para un nivel de servicio del 97.5%, se presenta que los sistemas de revisión continua responden mejor al sistema de inventarios de la empresa, así mismo se evidencia que entre los modelos de cada sistema de revisión no se presentan diferencias substanciales en términos de los costos totales del inventarios, aunque para el caso de los sistemas de revisión se presentan los mismos costos, dado que si en un modelo (R,s,S) se emite un pedido cada vez que se presente R unidad de tiempo porque al momento de pedir el inventario está por debajo de s , el funcionamiento de este modelo se asemeja a un modelo (R, S) . Por otro lado, la mayor diferencia entre los modelos se genera en el costo de mantener inventarios, dado que en el modelo de revisión periódica se incrementan en un 17.8%. Así mismo se evidencia un incremento medio del 8.6% respecto al costo de realizar un pedido. Mientras que al considerar un nivel de servicio predefinido los modelos presentan los mismos costos de faltantes, dejando así en evidencia que los modelos matemáticos para los sistemas de inventarios pueden presentar limitantes al momento de determinar con independencia y con mejor precisión los costos de faltantes, así como diferencias entre los modelos (R,S) y (R,s,S) cuando presentan comportamientos similares. Por lo cual, se hace necesario el uso de herramientas que modelen de mejor manera el comportamiento de la demanda, el inventario y los faltantes para los sistemas de inventarios.

Modelos de simulación para inventarios

El modelamiento de los sistemas de revisión tratados con anterioridad, se pretenden simular con el Software Stella, teniendo en cuenta algunos elementos que se presentan en la Tabla 14.

Tabla 14. Elementos del diagrama de Forrester y uso en los inventarios

Nombre	Elemento	Descripción	Uso para inventarios
Flujos		Los flujos alimentan de información a los tanques, ellos indican cual es la tasa de cambio que se registra para incrementar o disminuir el nivel de un tanque.	<ul style="list-style-type: none"> • Emisión de pedido. • Entrada al almacén. • Ventas efectivas.

Stock		Los stocks tienen la característica de poder acumular información, solo pueden incrementarse o disminuirse a través de uno o varios flujos.	<ul style="list-style-type: none"> • Almacén
Conveyor		Los conveyors tienen la característica de poder transportar información, solo pueden activarse con un flujo.	<ul style="list-style-type: none"> • Tiempo de entrega
Convertidores		Los convertidores son variables auxiliares, pueden utilizarse como variables de entrada de los flujos, o como variables de salida de tanque y/o flujos.	<ul style="list-style-type: none"> • MAD. • Lead time. • Nivel de servicio. • Demanda promedio. • Demanda anual • POR • Q • SS • S • R • Costo de ordenar • Costo de mantener • Precio de venta unitario • Costo de faltantes

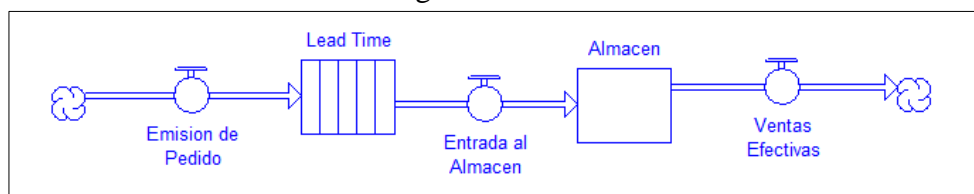
Fuente: Elaboración propia.

Estructura de los modelos de simulación

Para la elaboración de los modelos de simulación de cada sistema de revisión de inventarios se tomó como base la estructura del modelo de gestión de inventarios utilizado por J.D Sterman, el cual se trató en el marco teórico, donde el principio fundamental de

esta estructura consiste en realizar un pedido cuando se cumplan las condiciones del sistema de revisión de inventarios que se esté estudiando, lógica que se indica en el flujo de entrada (Emisión de pedido), flujo que se encuentra conectado con el conveyor (lead time), donde se simula el tiempo que demora en llegar el pedido al almacén, es decir, el tiempo que pasa desde que el producto es pedido hasta que entra al almacén, para así, al cumplirse el tiempo de llegada del pedido pasar el producto por el flujo que le da entrada al almacén, y finalmente llegar al Stock (Almacén) para ser acumulado, donde el almacén presenta un flujo de salida (Ventas efectivas) el cual modela el comportamiento de las ventas, generando así la salida de producto del almacén para completar la estructura básica (Ilustración 24) del comportamiento del sistema.

Ilustración 24. Estructura general de los modelos de inventarios



Fuente: Elaboración propia en Stella

Modelamiento de las ventas

Teniendo en cuenta que el comportamiento de las ventas es de naturaleza probabilística y contiene elementos cuyo comportamiento es aleatorio, se aplicó el método Montecarlo, donde, (Davis, Mcketown, & Mata, 1986) indican que el término Monte Carlo se refiere a un proceso que se utiliza en forma aleatoria para elegir valores muestrales a partir de una distribución probabilística. Después, esos valores muestrales se utilizan como entradas para un modelo de simulación. Por ello, el método Monte Carlo no es simulación, sino que es, más bien, un procedimiento o método que se utiliza con modelos probabilísticos de simulación.

Según (S.R. & Render, 2012) la base de la simulación Monte Carlo es la experimentación con los elementos al azar (o probabilísticos) a través de un muestreo aleatorio, donde la técnica se divide en cinco pasos:

1. **Fijar una distribución de probabilidad para las variables importantes:** La forma más común de establecer la distribución de probabilidad para una variable

determinada es examinar los resultados históricos, donde las probabilidades se pueden determinar como la frecuencia relativa de cada posible resultado de la variable.

- 2. Construir una distribución de probabilidad acumulada para cada variable del paso.**
- 3. Establecer un intervalo de distribución acumulada para los números aleatorios.**
- 4. Generar números aleatorios:** Dado que para cualquier distribución de probabilidad acumulada las probabilidades caen en el intervalo $[0, 1]$, es posible generar una ocurrencia aleatoria correspondiente a una distribución específica, seleccionando un número al azar entre cero (0) y (1), encontrando el intervalo de distribución acumulada dentro del cual cae el número aleatorio e identificando el valor asociado de la variable aleatoria (demanda) en consideración (Soto, 2013).
- 5. Simular una serie de pruebas:** Se pueden simular los resultados del experimento seleccionando la variable aleatoria (Ventas), teniendo en cuenta los números aleatorios generados (paso 4) y el intervalo de números aleatorios (paso 3), es decir, se identifica en qué intervalo se encuentra el número aleatorio generado y se selecciona el valor correspondiente a la variable aleatoria

En la Tabla 15 se presentan los datos de las ventas en kilogramos en rangos de cuatro kilogramos de diferencia, evidenciándose los pasos del uno al tres mencionados anteriormente. Posterior a la tabla se presenta la Ilustración 25 donde se evidencian los pasos cuatro y cinco modelados en el software Stella.

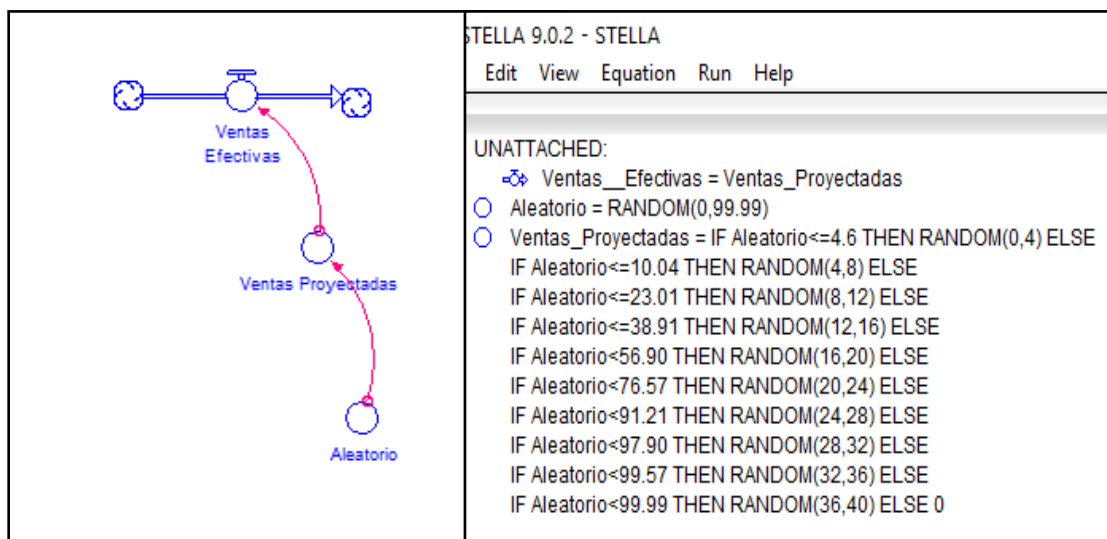
Tabla 15. Distribución de las ventas

Ventas LI	Ventas LS	Fr.	Fr. Relativa	Fr. Acumulada
0.0	4.0	11	0.046	4.60%
4.0	8.0	13	0.0544	10.04%
8.0	12.0	31	0.1297	23.01%
12.0	16.0	38	0.159	38.91%
16.0	20.0	43	0.1799	56.90%
20.0	24.0	47	0.1967	76.57%
24.0	28.0	35	0.1464	91.21%
28.0	32.0	16	0.0669	97.90%

32.0	36.0	4	0.0167	99.57%
36.0	40.0	1	0.0042	99.99%

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 25. Modelo para simular las ventas y configuración

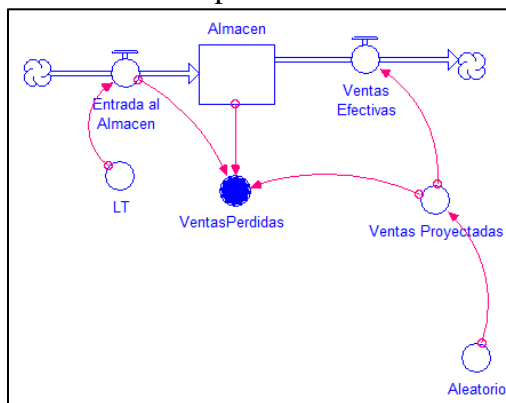


Fuente: Elaboración propia en Stella

Modelamiento de las ventas perdidas

De acuerdo con la estructura del sistema de inventarios y la simulación del comportamiento de la demanda, se procede a configurar el modelo que permite determinar las ventas perdidas por agotamiento del inventario, donde el esquema queda representado en la Ilustración 26.

Ilustración 26. Modelo para simular las ventas perdidas



Fuente: Elaboración propia en Stella

Para la configuración de la variable ventas perdidas se genera una relación entre las variables ventas proyectadas, el inventario en el almacén y el inventario que esta por entrar al almacén, donde la programación pertenece a una configuración del tipo IF THEN ELSE.

$$\text{VentasPerdidas} = \text{IF Entrada al almacen}=0 \text{ AND Ventas_Proyectadas}>\text{Almacen THEN} \\ \text{Ventas_Proyectadas-Almacen ELSE } 0$$

Modelos de revisión continua (s,Q) y (S,s)

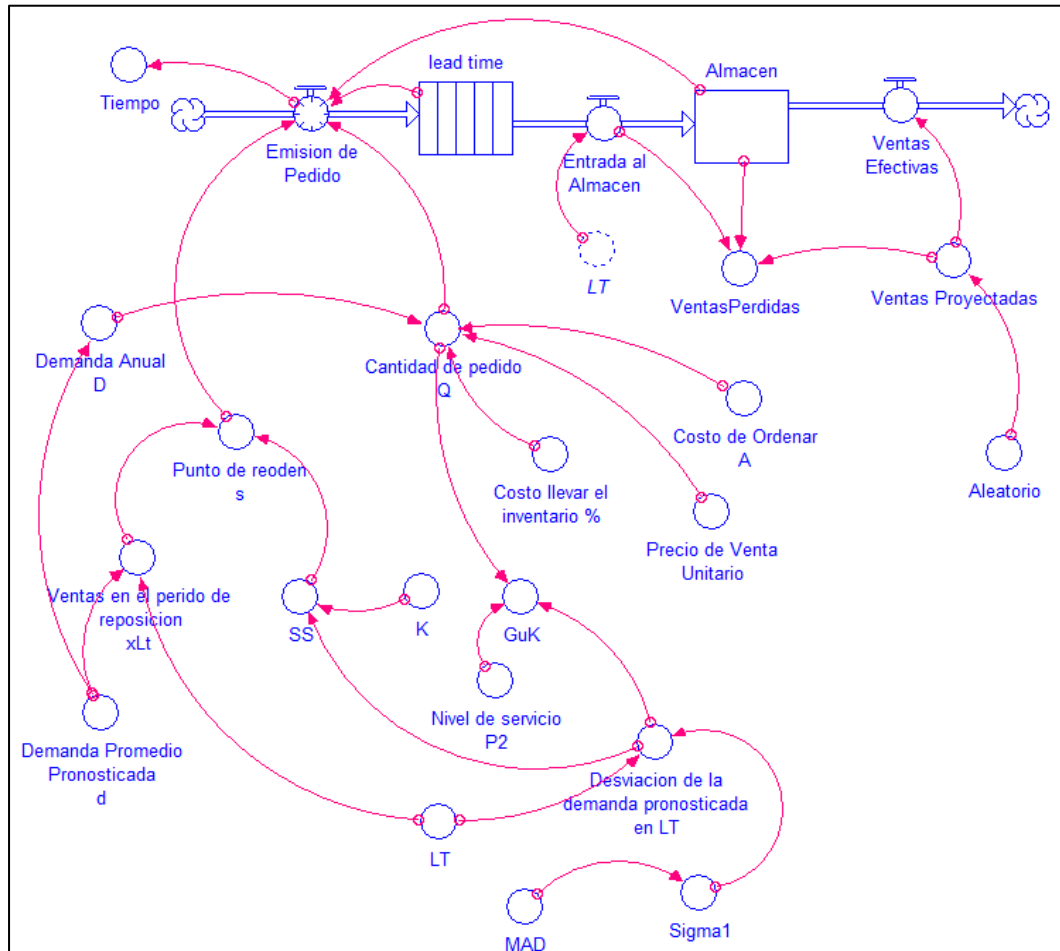
En el desarrollo de los modelos de simulación de revisión continua, es determinante tener en cuenta el funcionamiento de la estructura del sistema, el modelado de las ventas y la información de la Tabla 9. Ya que, estos elementos iniciales son la base para el diseño de los modelos, generándose cambio en las lógicas de pedido y las relaciones dadas en algunas variables auxiliares.

A continuación, en la Ilustración 27 se presenta el sistema de revisión continua (s, Q), si se requiere mayor detalle sobre la programación de cada uno de los elementos de la simulación (Ver Anexo 2.1), el cual contiene las ecuaciones y configuración de cada uno de los ítems utilizados en el desarrollo.

Se puede observar en la Ilustración 27 en el flujo de entrada (Emisión de pedido), que se dan múltiples relaciones que afectan directamente el pedido, es decir, se presenta relación con las variables auxiliares que contienen los parámetros cantidad de pedido Q y punto de reorden s, parámetros que son en los que se fundamenta el modelo (s, Q), así mismo se presenta una conexión desde el inventario y del conveyor lead time hacia el flujo de entrada. Las relaciones que se presentan son debido al funcionamiento del sistema de revisión, el cual consiste en realizar un pedido de cantidad Q cada vez que el inventario llegue o pase el nivel de reorden s, y finalmente se tiene en cuenta que no se tengan pedidos en tránsito antes de realizar un nuevo pedido. Por lo cual, la programación lógica de la emisión del pedido queda dado bajo la condición IF THEN ELSE.

$$\text{Emision_de_Pedido} = \text{IF Almacen}\leq\text{Punto_de_reorden_s AND lead_time}=0 \text{ THEN} \\ \text{Cantidad_de_pedido_Q ELSE } 0$$

Ilustración 27. Modelo de simulación (s, Q)



Fuente: Elaboración propia en Stella

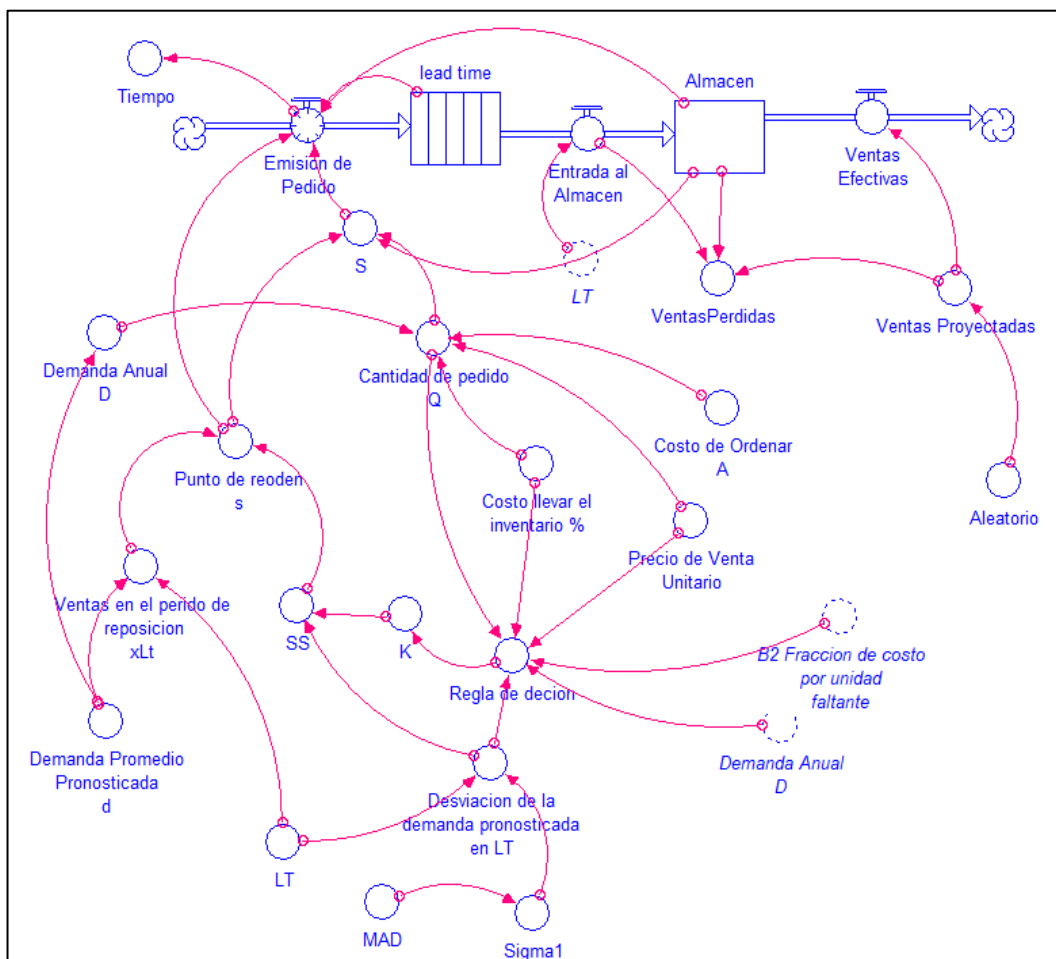
A continuación, en la Ilustración 28 se presenta el sistema de revisión continua (s, S), si se requiere mayor detalle sobre la programación de cada uno de los elementos de la simulación (Ver Anexo 2.2), el cual contiene las ecuaciones y programación de cada uno de los ítems utilizados en el desarrollo.

Se puede observar en la Ilustración 28 en el flujo de entrada (Emisión de pedido), que se dan múltiples relaciones que afectan directamente el pedido, es decir, se presenta una relación principal con el parámetro cantidad de pedido máximo S, parámetro que tiene relaciones con la cantidad de pedido Q, el punto de reorden s, y el inventario en el almacén, por lo cual la variable queda configurada como $(Cantidad_de_pedido_Q + Punto_de_reorden_s) - Almacen$ para el cálculo dinámico de S.

Continuado con las relaciones del flujo de entrada se presenta el punto de reorden s , donde estos dos parámetros (s , S) son los que fundamentan el funcionamiento del modelo, así mismo se presenta una conexión desde el inventario y del conveyor lead time hacia el flujo de entrada. Las relaciones que se presentan son debido al funcionamiento del sistema de revisión, el cual consiste en realizar un pedido de cantidad máxima S cada vez que el inventario llegue o pase el nivel de reorden s , y finalmente se tiene en cuenta que no se tengan pedidos en tránsito antes de realizar un nuevo pedido. Por lo cual, la programación lógica de la emisión del pedido queda dado bajo la condición IF THEN ELSE.

$$\text{Emision_de_Pedido} = \text{IF Almacen} \leq \text{Punto_de_reorden_s AND lead_time} = 0 \\ \text{THEN } S \text{ ELSE } 0$$

Ilustración 28. Modelo de simulación (s , S)



Fuente: Elaboración propia en Stella

De acuerdo con lo anterior, la programación lógica para la emisión del pedido en el modelo de simulación queda dada por los comandos IF THEN ELSE relacionada con el comando PULSE(<volumen>, [<primer pulso>,<intervalo>]), donde este último comando queda configurado como PULSE(Cantidad_maxima__a_pedir_S-Almacen,0,R_en_dias), es decir, que en el momento 0 se genera un primer pulso pidiendo la diferencia entre la cantidad máxima S y el inventario en el almacén, y este ciclo de pedido se repite cada R intervalo de tiempo (17 días). Para la configuración completa del sistema ver (Anexo 2.3).

$$Emission_de_Pedido = IF\ lead_time=0\ THEN$$

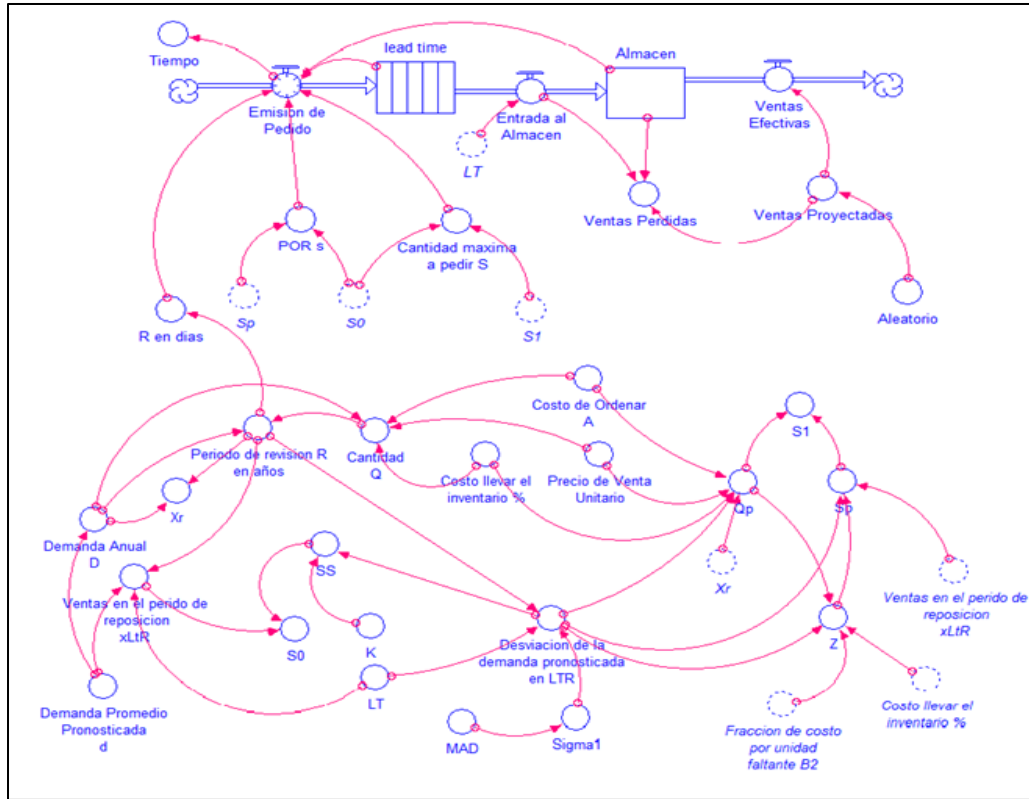
$$PULSE(Cantidad_maxima_a_pedir_S-Almacen,0,R_en_dias)\ ELSE\ 0$$

Continuando con la simulación de los sistemas de revisión periódica, se presenta en la Ilustración 30, el modelo de simulación del sistema (R,s,S), el cual se configuró de acuerdo con el método heurístico “*Aproximación Exponencial Revisada*” utilizado en el apartado que corresponde al cálculo de los modelos de inventarios, donde la configuración completa del sistema se puede observar en el (Anexo 2.4). Para el modelo (R,s,S) se observan múltiples conexiones de entrada al flujo (Emisión de pedido), encontrándose principalmente los parámetros R, punto de reorden s, y cantidad máxima a pedir S, donde los últimos dos parámetros están relacionados con los parámetros (Sp, S0, S1=Qp+Sp) seleccionando así el mínimo valor como lo indica la heurística. Las otras dos variables vinculadas a la emisión del pedido continúan siendo el inventario en el almacén y el lead time.

La programación lógica para la emisión del pedido en el modelo de simulación queda dada por los comandos IF THEN ELSE relacionada con el comando PULSE(<volumen>, [<primer pulso>,<intervalo>]), donde este último comando queda configurado como PULSE(Cantidad_maxima__a_pedir_S-Almacen,0,R_en_dias), es decir, que en el momento 0 se genera un primer pulso pidiendo la diferencia entre la cantidad máxima S y el inventario en el almacén, donde este ciclo de pedido se repite cada R intervalo de tiempo (17 días). Pero a diferencia del modelo (R,S) se debe adicionar el parámetro punto de reorden s, a la lógica de pedido, por lo cual, se puede pedir la cantidad S cada R unidades de tiempo, siempre y cuando el nivel del inventario sea menor o igual a la cantidad s.

$Emission_de_Pedido = IF\ lead_time=0\ AND\ Almacen \leq POR_s\ THEN$
 $PULSE(Cantidad_maxima_a_pedir_S-Almacen,0,R_en_dias)\ ELSE\ 0$

Ilustración 30. Modelos de simulación (R,s,S)



Fuente: Elaboración propia con Stella

Submodelos de costos y nivel de servicio

Con el objetivo de calcular los indicadores de rendimiento de los sistemas de inventarios, se diseñaron cuatro submodelos, los cuales miden de manera dinámica los costos del inventario promedio, los costos de pedir y los costos de faltantes asociados a cada sistema de revisión de inventarios, así mismo el cuarto submodelo mide el nivel de servicio asociado con cada política de revisión.

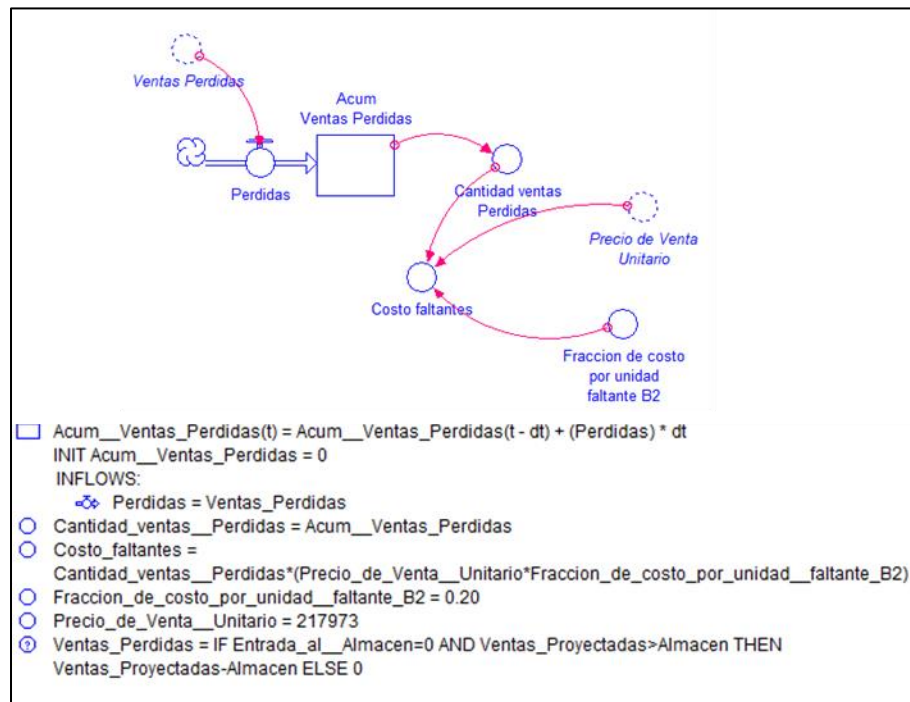
Costo de unidades faltantes

En la Ilustración 31 se presenta el submodelo y la configuración que corresponde a la medición del costo de unidades faltantes, y se compone de un flujo de entrada, un Stock y dos convertidores. El flujo representa la cantidad de unidades que no se han podido satisfacer con el inventario a la mano, donde su funcionamiento consiste en que cada vez que se generen ventas perdidas pasen a un stock tipo tanque, el cual acumula las unidades

faltantes en kilogramos a medida que se generan, y los convertidores se emplean para registrar el total de ventas perdidas y calcular el costo de faltantes que se va generando a lo largo de la corrida de simulación. Para el cálculo de los costos de faltantes se tienen en cuenta el valor de venta de la unidad y la fracción de costo por unidad faltante (B2) para así medir el indicador mediante la ecuación:

$$\text{Costo_faltantes} = \text{Cantidad_ventas_Perdidas} * (\text{Precio_de_Venta_Unitario} * \text{Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante_B2})$$

Ilustración 31. Submodelo de simulación para los costos de faltantes



Fuente: Elaboración propia en Stella.

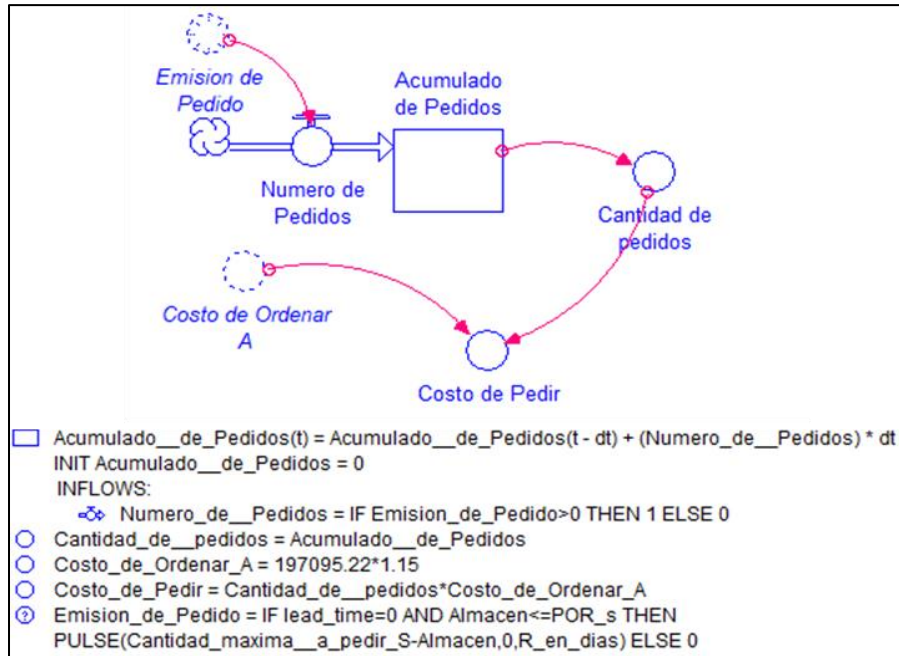
Costo de ordenamiento o de pedir

En la Ilustración 32 se presenta el diagrama correspondiente al cálculo del costo de ordenamiento, el cual es otro de los indicadores relevantes en la toma de decisiones para elegir un sistema de inventarios.

Inicialmente se considera un flujo de entrada, que representa el número de pedidos que se van generando para así irlos acumulando en el stock tipo tanque, el algoritmo de acumulación consiste en que cada vez que se emite un pedido en kilogramos, el flujo convierte la cantidad pedida en kilogramos en un pedido, mediante la lógica *IF*

$Emission_de_Pedido > 0$ THEN 1 ELSE 0, para así ir acumulando el total de pedidos realizados al final de la simulación y ser registrado en la variable auxiliar cantidad de pedido, por último, se realiza el cálculo del costo de pedir, teniendo en cuenta el costo que tiene emitir una orden (A).

Ilustración 32. Submodelo de simulación para los costos de ordenamiento



Fuente: Elaboración propia con Stella.

Costo de mantener el inventario

El submodelo para medir el costo de llevar el inventario (Ilustración 33) se realizó con la utilización del stock tipo tanque (Almacén), el cual lleva el registro del inventario a la mano, la variable auxiliar ventas efectivas, el precio de venta unitario y el costo de llevar el inventario. Así mismo se vinculó un stock tipo tanque que acumula el inventario, un flujo de entrada y tres variables auxiliares.

Para el cálculo del costo promedio de mantener inventarios, inicialmente se calculó en una variable auxiliar el inventario promedio diario mediante la expresión ($inventario = ((Inventario\ inicial - Inventario\ final) / 2)$), con el fin de conocer así la dinámica del inventario cada día, por lo cual, en el software la variable queda configurada mediante la ecuación:

$$\text{Inventario_promedio_diario} = \text{IF } ((\text{Almacen} + (\text{Almacen} - \text{Ventas_Efectivas})) / 2) < 0 \text{ THEN } 0 \text{ ELSE } ((\text{Almacen} + (\text{Almacen} - \text{Ventas_Efectivas})) / 2).$$

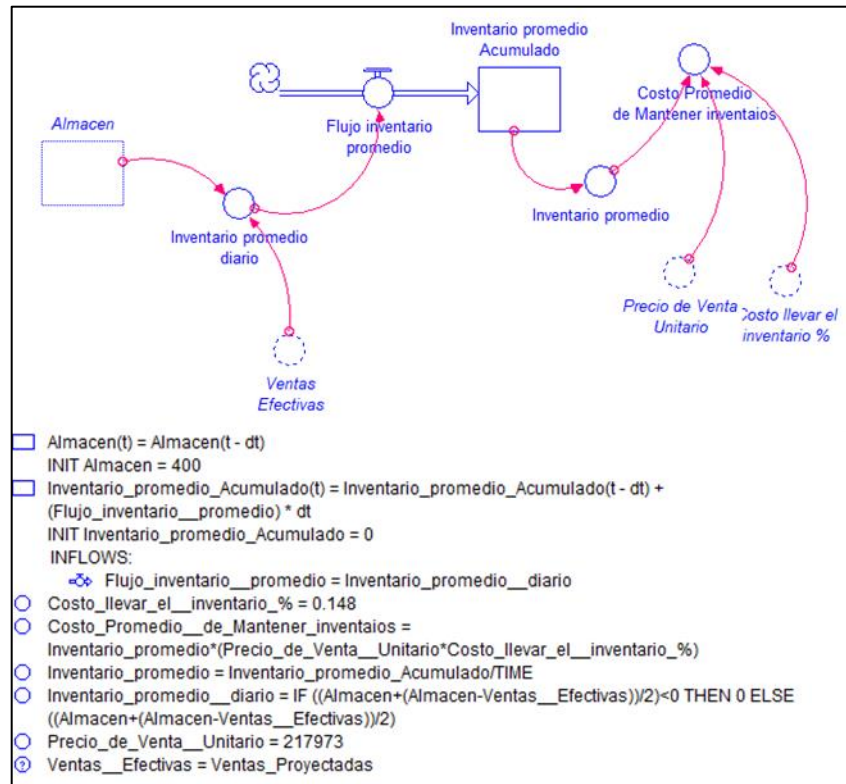
Después de determinar el inventario promedio por día, este pasa por el flujo de entrada, para así ser acumulado en el stock tipo tanque, acumulando el valor medio del inventario de cada día, y ya en la variable auxiliar inventario promedio calcular el valor medio del inventario en toda la corrida de simulación mediante la expresión:

$$\text{Inventario_promedio} = \text{Inventario_promedio_Acumulado} / \text{TIME}^3$$

Por último, se realiza el cálculo del costo promedio de mantener inventarios en una variable auxiliar, relacionando el precio de venta unitario, con el costo porcentual de llevar el inventario y el inventario promedio mediante la expresión:

$$\text{Inventario_promedio} * (\text{Precio_de_Venta_Unitario} * \text{Costo_llevar_el_inventario_}\%)$$

Ilustración 33. Submodelo de simulación de costo de mantener inventario



Fuente: Elaboración propia con Stella

³ El comando TIME retorna el tiempo actual de corrida dentro de un modelo de simulación.

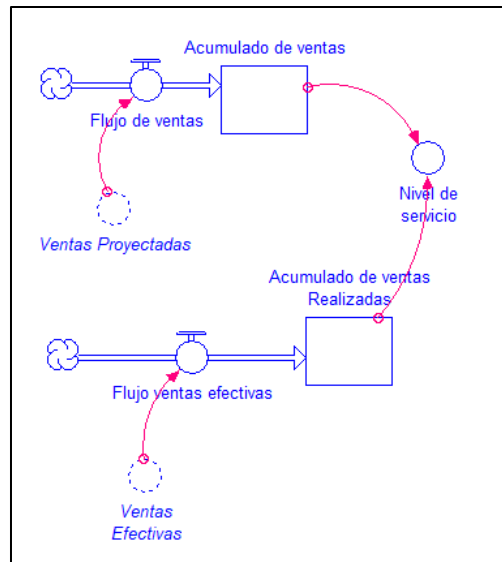
Para finalizar con el cálculo de los costos se realiza la sumatoria del costo de faltantes, el costo de pedir y el costo promedio de mantener el inventario en una variable auxiliar.

Nivel de servicio

En términos del submodelo que permite calcular de manera dinámica el nivel de servicio de los múltiples sistemas de revisión de inventarios, se presenta una relación entre las variables ventas proyectadas, las cuales se generan con el método Montecarlo, y las ventas efectivas, que dependen del inventario a la mano, relación que se representa en la Ilustración 34 mediante dos flujos, dos stocks tipo tanque y una variable auxiliar.

Las ventas proyectas se envían por un flujo de entrada que permite acumular la cantidad total de ventas en kilogramos generadas por el método Montecarlo, de la misma manera para las ventas efectivas, donde al tener el registro acumulado de la cantidad total de ventas efectivas sobre la cantidad de ventas totales, nos permite calcular el nivel de servicio prestado en la variable auxiliar a lo largo de la simulación.

Ilustración 34. Submodelo de simulación del nivel de servicio



Fuente: Elaboración propia con Stella

Diseño de experimentos

Esta etapa se divide en dos partes, inicialmente se busca realizar un análisis de varianza (ANOVA) a un diseño completamente aleatorio (DCA) con el interés de comparar las cuatro políticas de revisión de inventario simuladas, para así estudiar si alguno de los modelos es mejor o igual a los otros modelos, siendo la variable de interés el costo total. Seguido del DCA se seleccionarán los modelos más competitivos y se procederá en segunda instancia a simular cambios en los niveles de los factores que afectan significativamente las variables de salida (costos totales), y así realizar la prueba de poder y de tamaño de muestra, el diseño factorial completo, y el diseño de Box- Behnken, para encontrar los niveles de los factores óptimos que minimizan los costos totales de los modelos seleccionados.

Antes de iniciar con los diseños experimentales, se realizaron treinta réplicas con cada modelo, con el fin de comparar las salidas del modelo de simulación con las salidas del modelo matemático, donde en la Tabla 16 se presenta un resumen de las salidas.

Tabla 16. Costos del modelo matemático vs costos promedio del modelo de simulación

Modelo	Costo de mantener		Costo de pedir		Costo de faltantes	
	Matemático	Simulación	Matemático	Simulación	Matemático	Simulación
Q,s	\$ 4.733.741	\$ 4.383.195	\$ 4.533.189	\$ 4.284.021	\$ 7.599.421	\$ 9.452.487
S,s	\$ 4.733.741	\$ 4.533.368	\$ 4.649.020	\$ 4.112.720	\$ 7.599.421	\$ 9.444.427
R,S	\$ 5.584.587	\$ 5.677.217	\$ 4.985.519	\$ 4.759.850	\$ 7.599.421	\$ 4.701.033
R,s,S	\$ 5.584.587	\$ 5.375.140	\$ 4.985.519	\$ 4.759.850	\$ 7.599.421	\$ 5.461.017

Fuente: Elaboración propia.

En esta tabla se puede evidenciar la similitud matemática que se presenta en los costos de mantener y los costos de pedir el inventario en términos de los cuatro modelos, indicando así que los modelos matemáticos para los sistemas de revisión continua y periódica, tienen capacidad para detectar con algún grado de precisión los costos mencionados, por otro lado, en términos de los costos de faltantes, se evidencia una gran diferencia, siendo los costos de las políticas continuas simuladas superiores en un 24.33% a los costos calculados matemáticamente, similarmente, pero a la inversa, sucede con las políticas del sistema de revisión periódica simuladas, las cuales disminuyeron en promedio sus costos de faltantes en un 33.14%, respecto a los cálculos matemáticos realizados, indicando así que para el nivel del servicio del 97.5% los sistemas de revisión periódica son más económicos.

Dado que los costos de faltantes dependen de las ventas ejecutadas en el periodo de simulación, se evidencia que los modelos matemáticos de inventarios presentan problemas a la hora de medir el impacto de la variabilidad de la demanda en los costos de faltantes, efecto que es asumido por los modelos de simulación. Es por lo anterior, que se hace necesario realizar experimentos en los modelos de simulación, los cuales permiten evaluar con mayor precisión los costos totales del inventario, y así utilizar herramientas que permitan optimizar estos sistemas en el entorno empresarial.

Comparación de las políticas de inventarios.

Según (Gutierrez & De la Vara, 2008), el interés del experimentador está centrado en comparar los tratamientos en cuanto a sus medias poblacionales, sin olvidar que también es importante compararlos respecto a sus varianzas. Así desde el punto de vista estadístico, la hipótesis a probar cuando se comparan varios tratamientos es:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

$$H_A: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algun } i \neq j$$

Continuando con (Gutierrez & De la Vara, 2008) muchas comparaciones, como la mencionada, se hacen con base en el diseño completamente al azar (DCA), considerando solo dos fuentes de variabilidad: los *tratamientos* y el *error aleatorio*.

En primera instancia, se realizan treinta corridas por cada una de las políticas de revisión de inventarios en orden completamente aleatorio, donde los datos generados (ver Anexo 3) para el DCA balanceado, para comparar las poblaciones queda escrito como se presenta en la Tabla 17. El elemento Y_{ij} es la j -ésima réplica que se hizo de la política de inventarios i .

Tabla 17. Diseño completamente al azar

Tratamientos			
s,Q	S,s	R,S	R,s,S
Y_{11}	Y_{21}	Y_{31}	Y_{41}
Y_{12}	Y_{22}	Y_{32}	Y_{42}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
Y_{130}	Y_{230}	Y_{330}	Y_{430}

Fuente: Elaboración propia

Por lo tanto, en caso de que los tratamientos tengan efecto, las réplicas Y_{ij} quedan representadas con el modelo estadístico lineal $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$. Donde μ es el parámetro de la media global, τ_i el efecto del tratamiento i y ε_{ij} es el erro aleatorio de la medición Y_{ij} .

Según (Gutierrez & De la Vara, 2008) el análisis de varianza (ANOVA) es la técnica central en el análisis de datos experimentales. La idea general de la técnica es separar la variación total en las partes con las que contribuye cada fuente de variación en el experimento. En el caso del DCA se separan la variabilidad debida a los tratamientos y la debida al error. Cuando la primera predomina sobre la segunda, es cuando se concluye que los tratamientos tienen efecto.

De acuerdo con lo anterior, es de interés evaluar si las políticas de revisión de inventarios utilizadas son iguales estadísticamente en cuanto a sus medias, frente a la alternativa de que al menos dos de ellas son diferentes, representada mediante la hipótesis:

$$H_0: \mu_{(s,Q)} = \mu_{(s,S)} = \mu_{(R,S)} = \mu_{(R,S,S)} = \mu$$

$$H_A: \mu_i \neq \mu_j \text{ para algun } i \neq j$$

O su equivalente en términos de los efectos sobre la variable de respuesta:

$$H_0: \tau_{(s,Q)} = \tau_{(s,S)} = \tau_{(R,S)} = \tau_{(R,S,S)} = 0$$

$$H_A: \tau_i \neq \tau_j \text{ para algun } i \neq j$$

En la Tabla 18 se muestra el análisis de varianza. Como el *valor-p* = 0.000 es menor que la significancia prefijada $\alpha=0.05$, se rechaza H_0 y se acepta que al menos un par de sistemas de revisión de inventarios tienen un costo total promedio diferente. Así mismo, se observa que la variación total en 120 réplicas fue de 1.06×10^{15} . De esta cantidad, 2.28×10^{14} corresponde a la diferencia entre las políticas del mismo tipo. Así, notamos que las diferencias debido a la política de revisión de inventario son de 7.60×10^{13} y el error es de 1.06×10^{12} ; por lo tanto, la primera es 10.49 veces más grande que la segunda, lo cual indica que las diferencias observadas entre las políticas de revisión son significativas y que no se deben a pequeñas variaciones muestrales.

Tabla 18. ANOVA para el DCA

Fuente	GL	SC Ajustada	MC Ajustado	Valor F	Valor p
Factor	3	2,28066E+14	7,60221E+13	10,49	0,000
Error	116	8,40816E+14	7,24842E+12		
Total	119	1,06888E+15			

Fuente: Elaboración propia con Minitab

Teniendo en cuenta que se rechazó la hipótesis nula en el análisis de varianza, se considera necesario ver cuales tratamientos son diferentes, para lo cual, se utiliza el método de Tukey para comparar pares de medias, comparando así la diferencias entre las medias muestrales con el valor crítico dado por:

Ecuación 22. Estadístico de tukey para comparación de medias

$$T_{\alpha} = q_{\alpha}(k, N - k) \sqrt{MC_E/n_i}$$

donde MC_E es el cuadrado medio del error, n es el número de observaciones por tratamiento, k es el número de tratamientos, $N - k$ es igual a los grados de libertad para el error, α es el nivel de significancia prefijado y el estadístico $q_{\alpha}(k, N - k)$ son puntos porcentuales de la distribución del rango estudentizado. Se declaran significativamente diferentes los pares de medias cuya diferencia muestral en valor absoluto sea mayor que T_{α} (Gutierrez & De la Vara, 2008).

En la Tabla 19 se presentan las pruebas simultáneas de Tukey para diferencias de las medias y en la Tabla 20 se agrupa la información utilizando el método de Tukey. De estas tablas se concluye que esta prueba no encuentra diferencias entre las políticas (S,s y s,Q) así como las políticas (R,S y R,s,S).

Tabla 19. Prueba simultánea de Tukey

Diferencia de niveles	Diferencia de las medias	EE de diferencia	IC de 95%	Valor T	Valor-p ajustado
S,s – s,Q	-29188	695146	(-1842979; 1784603)	-0,04	1,000
R,S – s,Q	-2981603	695146	(-4795394; -1167812)	-4,29	0,000
R,s,S – s,Q	-2523696	695146	(-4337487; -709905)	-3,63	0,002

R,S – S,s	-2952415	695146	(-4766206; -1138624)	-4,25	0,000
R,s,S – S,s	-2494508	695146	(-4308299; -680717)	-3,59	0,003
R,s,S – R,S	457907	695146	(-1355884; 2271698)	0,66	0,912

Fuente: Elaboración propia con Minitab

Tabla 20. Información agrupada prueba de Tukey

Factor	N	Media	Agrupación*	
s,Q	30	18119703	A	
S,s	30	18090515	A	
R,s,S	30	15596007		B
R,S	30	15138100		B

*Las medias que no comparten una letra son significativamente diferentes.

Fuente: Elaboración propia con Minitab

Por último, la validez de los resultados obtenidos anteriormente está supeditados a que los supuestos del modelo (Ilustración 35) se cumplan. Siendo estos supuestos el de *normalidad*, *varianza constante e independencia*. Es decir, que la respuesta Y se debe distribuir de manera normal, con la misma varianza en cada tratamiento y las réplicas deben ser independientes.

Es una práctica común utilizar la muestra de residuos para comprobar los supuestos del modelo, ya que, si los supuestos se cumplen, los residuos se pueden ver como una muestra aleatoria de una distribución normal con media cero y varianza constante. Los residuos, e_{ij} , se definen como la diferencia entre la respuesta observada (Y_{ij}) y la respuesta predicha por el modelo (\hat{Y}_{ij}), lo cual permite hacer un modelo en cada prueba experimental (Gutierrez & De la Vara, 2008).

Ilustración 35. Supuestos del DCA



Fuente: Elaboración propia

En la Ilustración 35, se puede observar en la gráfica de probabilidad normal que los residuos se alinean a una línea recta, por lo cual, siguen una distribución normal. Así mismo, dado que el gráfico no es perfecto, se realizó la prueba de Kolgomorov-Smirnov para normalidad, con el fin de verificar si los residuos fueron generados por un proceso normal, mediante la hipótesis:

$$H_0 = \text{Los datos proceden de una distribución normal}$$

$$H_A = \text{Los datos no proceden de una distribución normal}$$

Tabla 21. Prueba de normalidad DCA

Método	Estadística de prueba	Valor p
Kolgomorov – Smirnov	0,0756	0.50997

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 21. Prueba de normalidad DCA, se evidencia que como el *valor-p* = 0.5099 es mayor que la significancia prefijada $\alpha=0.05$, no hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, es decir, que los residuos para el DCA proceden de una distribución normal.

Continuando con la Ilustración 35, para verificar el supuesto de varianza constante, se obtiene el gráfico de predichos contra residuos, donde los puntos en este gráfico se distribuyen de manera aleatoria en una banda horizontal, sin ningún patrón. Así mismo, se realizó la prueba de Bartlett para homogeneidad de varianzas, con el fin, de probar la hipótesis de varianzas dada por:

$$H_0 = \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \sigma_4^2 = \sigma^2$$

$$H_A = \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$$

Tabla 22. Prueba de Bartlett para el DCA

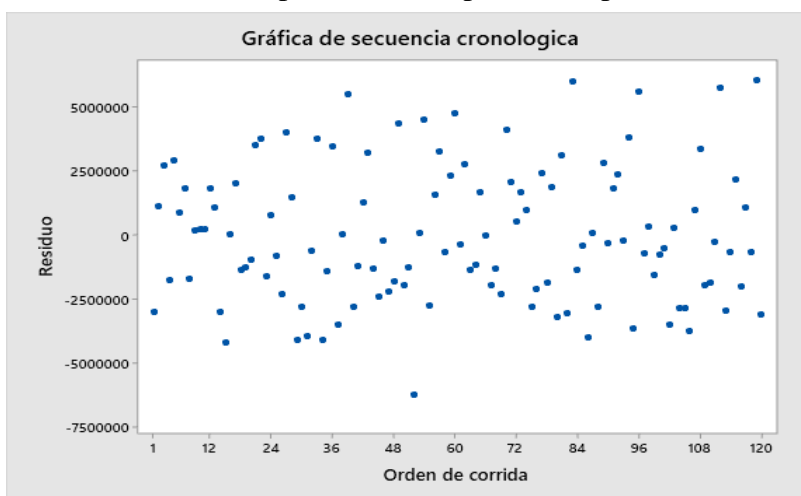
Método	Estadística de prueba	Valor p
Bartlett	3,01	0,389

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 22, se evidencia que como el *valor-p* = 0.389 es mayor que la significancia prefijada $\alpha=0.05$, no hay suficiente evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, es decir, que las varianzas de los residuos para el DCA son constantes.

Para verificar el supuesto de independencia se presenta la Ilustración 36, en la cual se compara el orden de la corrida vs el residuo correspondiente, evidenciándose que no se presenta una tendencia o patrón no aleatorio, es decir, que no existe una correlación entre los errores, por lo tanto, se cumple el supuesto de independencia.

Ilustración 36. Supuesto de independencia para el DCA



Fuente: Elaboración propia con Minitab

De acuerdo con el análisis de varianza realizado para el diseño completamente aleatorio, se evidencia que los modelos del sistema de revisión continua y los modelos del sistema de revisión periódica para el caso de estudio presentan costos similares entre sí, por lo cual, no es necesario realizar experimentos para todos los modelos, sino que es suficiente trabajar con un modelo de cada sistema de revisión, y dado el funcionamiento de estos se pretende mejorar en términos de costos el modelo de revisión continua (S,s) y el modelo de revisión periódica (R, S).

Mejoramiento del desempeño del sistema de inventarios (S,s)

Para el mejoramiento del desempeño del sistema de inventarios de revisión continua (S,s) se busca estudiar el efecto de varios factores sobre el costo total del sistema, con el fin de determinar una combinación de niveles que permita obtener los mínimos costos, donde se considera que los parámetros que afectan directamente el sistema de inventarios son la cantidad de pedido (Q), las ventas en el periodo de reposición (X_{Lt}) y el inventario de seguridad, dado que son los parámetros bajo los cuales se fundamenta el sistema de inventarios.

En la Tabla 23 se presentan los niveles de prueba de los factores seleccionados para el mejoramiento del sistema de inventarios, cabe resalta que para la definición de los niveles se tomó como punto de referencia el nivel dado por los cálculos matemáticos, donde $Q=288.22$, $X_{Lt}=149$, $SS=7.85$.

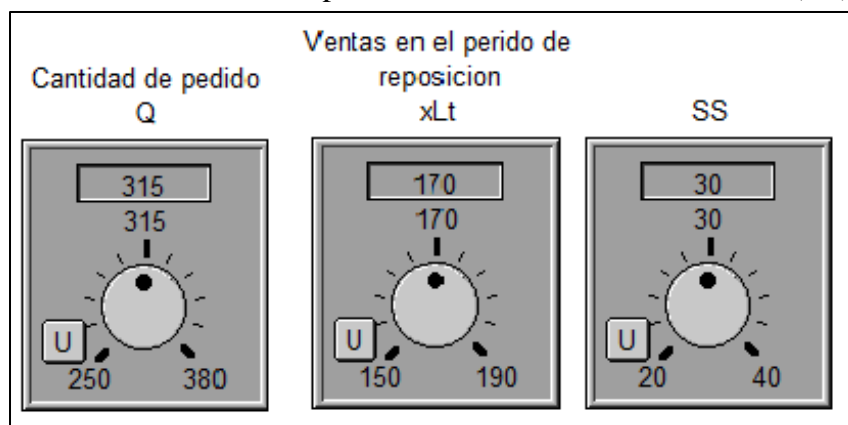
Tabla 23. Niveles de los factores

Parámetro	Descripción
Cantidad por ordenar	Q (250 – 380)
Ventas en el periodo de reposición	X_{Lt} (150 – 190)
Inventario de seguridad	SS (20 – 40)
Política de revisión	Continua
Costo total	Costo de mantener, costo de pedir y costo faltantes.

Fuente: Elaboración propia

Para ejecutar las corridas experimentales se configuró en el software Stella una perilla (Ilustración 37), la cual permite cambiar los niveles arrastrándolo hacia arriba o hacia abajo, y así generar las combinaciones necesarias.

Ilustración 37. Perillas para cambiar los niveles del modelo (S,s)



Fuente: Elaboración propia con Stella

Análisis de potencia

Para dar inicio al proceso de experimentación es necesario examinar principalmente la relación entre potencia, número de réplicas, tamaño del efecto y el número de puntos centrales, esto para asegurar que el diseño tenga suficientes réplicas y así alcanzar una potencia aceptable, es decir, que el análisis factorial completo y la superficie de respuesta tengan una capacidad aceptable para detectar los efectos.

Al correr la prueba de potencia y tamaño de muestra se utiliza un diseño factorial de dos niveles (2^k) con tres repeticiones. La curva de potencia representa la potencia de la prueba de significancia para el diseño factorial de dos niveles, que permite detectar un efecto de una magnitud dada para un número determinado de repeticiones, donde se puede aumentar la sensibilidad del diseño aumentando el tamaño de la muestra o reduciendo el error de la varianza. Por lo cual, en este paso se determina la cantidad de repeticiones para lograr la potencia necesaria en los experimentos. Así el conjunto de datos para ejecutar el análisis de potencia se presenta en la Tabla 24.

Tabla 24. Conjunto de datos para correr la prueba de potencia.

Bloques	Q	X_{Lt}	SS	CT	Faltantes	Inventario promedio	Pedidos
1	380	150	20	\$ 10,153,493	8.84	198.93	17
1	380	190	40	\$ 11,488,281	0	252.25	17
1	250	190	20	\$ 10,428,674	0	170.53	25

1	250	190	40	\$ 11,125,503	0	192.13	25
1	250	150	40	\$ 10,710,616	19.62	146.65	26
1	250	150	20	\$ 10,660,022	31.29	135.41	25
1	380	150	40	\$ 11,974,281	41.81	210.82	17
1	380	190	20	\$ 10,990,047	3.86	231.59	17
3	250	150	40	\$ 11,003,348	25.96	147.15	26
3	250	190	40	\$ 11,232,535	0	195.45	25
3	250	190	20	\$ 10,421,490	0	176.42	24
3	380	150	40	\$ 10,277,328	1.48	218.83	16
3	380	190	40	\$ 11,375,275	0	254.86	16
3	380	150	20	\$ 12,111,623	59.03	191.81	17
3	250	150	20	\$ 11,736,213	62.1	133.3	24
3	380	190	20	\$ 10,739,655	0	229.05	17
2	380	190	40	\$ 11,484,338	0	252.13	17
2	380	150	40	\$ 10,207,581	0	218.66	16
2	380	150	20	\$ 11,105,194	34.11	194.28	17
2	250	150	40	\$ 11,383,490	39.27	153.17	24
2	250	190	40	\$ 11,055,732	0	189.97	25
2	250	190	20	\$ 10,422,602	0	170.34	25
2	380	190	20	\$ 10,762,395	0.68	228.83	17
2	250	150	20	\$ 10,426,496	0	170.46	25

Fuente: Elaboración propia

El procesamiento de datos se presenta de la siguiente manera: 1) Se consideran tres factores del diseño factorial completo (cantidad de pedido (Q), ventas en el periodo de reposición (X_{Li}), Inventario de seguridad (SS)) con 8 puntos de esquina, para detectar una diferencia de \$280.000 con al menos un 95% de potencia; (2) La desviación estándar en el residuo es de aproximadamente \$592.416; (3) Se analizan dos puntos centrales, 4) Usando la herramienta de potencia y tamaño de muestra con un conjunto de datos de diseño factorial de dos niveles en el software Minitab (Ilustración 38).

Ilustración 38. Configuración de la prueba de potencia

Potencia y tamaño de la muestra para el diseño factorial de 2 niveles X

Número de factores:

Número de puntos de esquina:

Especifique valores para tres de los siguientes:

Réplicas:

Efectos:

Valores de potencia:

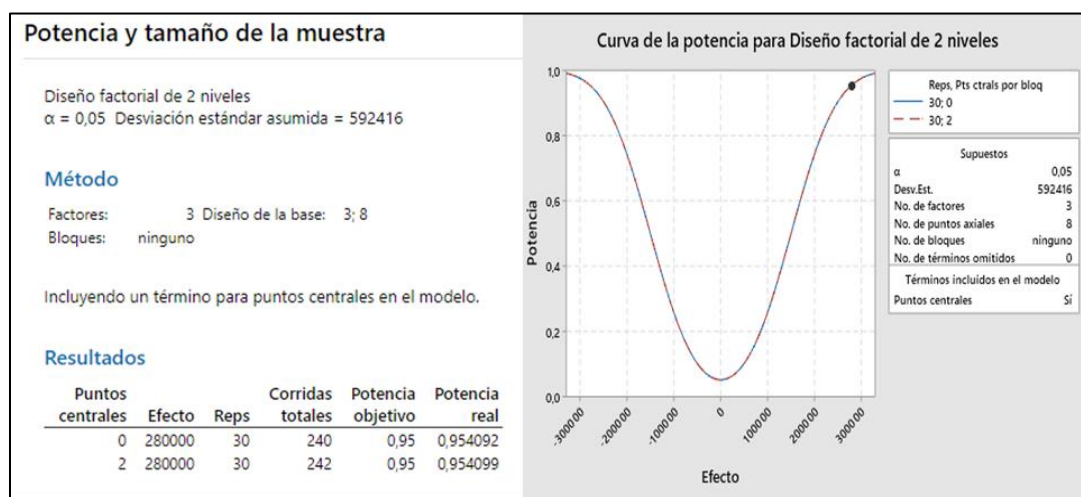
Número de puntos centrales por bloque:

Desviación estándar:

Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 39 se observa que se necesitan 30 réplicas (240 corridas) para obtener una potencia del 95% si no se incluyen puntos centrales en el diseño. El análisis de potencia cuando el nivel de significancia es 0.05 conduce a un efecto igual a 280000 sin puntos centrales, y la adición de dos puntos centrales presenta una potencia real de 0.954092 y 0.954099 respectivamente.

Ilustración 39. Curva de poder y tamaño de muestra para el diseño factorial de 2 niveles.



Fuente: Elaboración propia con Minitab

Diseño factorial completo

En este apartado se crea un diseño factorial completo 2^3 donde se estudia el efecto de tres factores considerando dos niveles en cada uno, diseño que consta de 8 tratamientos diferentes los cuales se identifican con la notación de signos de la Tabla 25. Así mismo con este diseño se pueden estudiar 7 efectos principales $A=Q$, $B=X_L$, $C=SS$, tres interacciones dobles AB , AC , BC y una interacción triple ABC . Se hacen treinta réplicas (30) de cada tratamiento y un punto central por réplica (270 corridas).

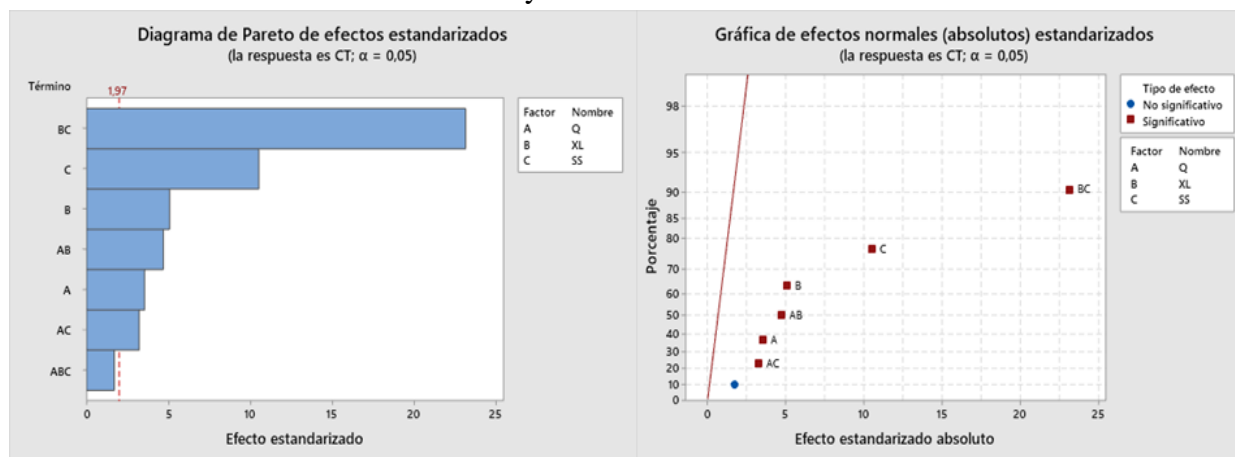
Tabla 25. Tabla de signos del diseño 2^3

Total	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
(I)	-	-	-	+	+	+	-
A	+	-	-	-	-	+	+
B	-	+	-	-	+	-	+
Ab	+	+	-	+	-	-	-
C	-	-	+	+	-	-	+
Ac	+	-	+	-	+	-	-
Bc	-	+	+	-	-	+	-
Abc	+	+	+	+	+	+	+

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se presentan las salidas al correr el diseño factorial 2^3 en el software Minitab.

Ilustración 40. Gráfico de Pareto y efectos normales estandarizados diseño factorial

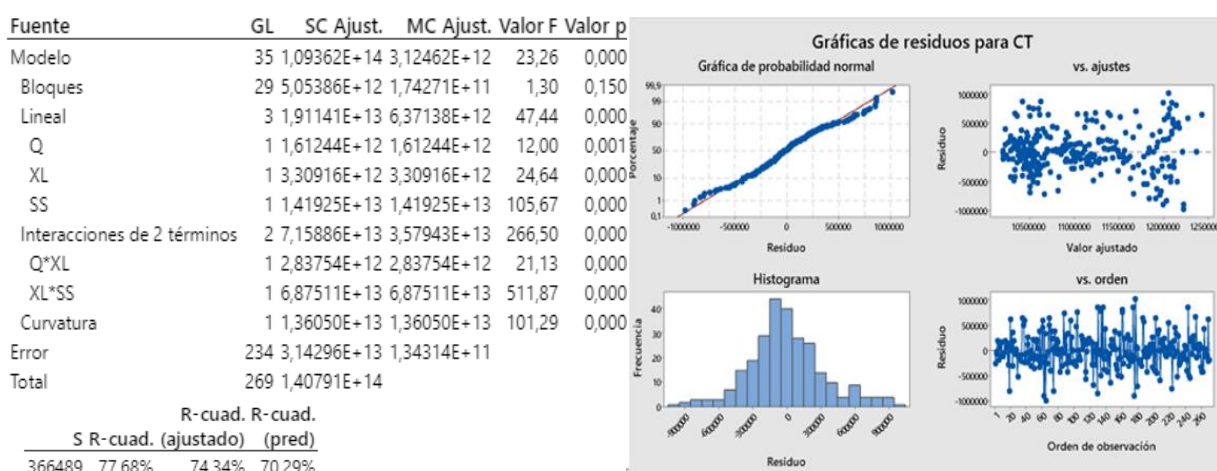


Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 40 se presentan los efectos graficados en un diagrama de Pareto estandarizado, el cual se determina apartir de los efectos divididos entre su error estandar. El error tiene 232 grados de libertad y se trabajo con $\alpha=0.05$, donde, de la distribución T de Studen se obtine un valor crítico $t_{0.025;232}=1.97$. Por lo tanto, si el valor absoluto de las estimaciones del efecto estandarizado es mayor que 1.97, entonces el efecto poblacional correspondiente sera estadísticamente diferente de cero, es decir, los efectos cuyas barras superen la linea que representa el valor crítico en el gráfico de Pareto seran significativos. Asi, los efectos significativos son la interacción *BC*, *C*, *B*, *AB*, *A*, *AC* en ese orden de importanica. Por lo tanto, se considera que la interacción entre las ventas en el periodo de reposicion (*A*) y el inventario de seguridad (*B*) producen mayor efecto sobre la variable de respuesta costos totales.

Teniendo en cuenta lo aterior, se determina eliminar los efectos que no son significativos para realizar el analisis de varianza, con el fin, de detectar de manera contundente a los efectos significativos, obeteniedo así un modelo más simple para explicar el comportamiento de los costos totales.

Ilustración 41. Análisis de varianza mejorado y residuos del diseño factorial completo



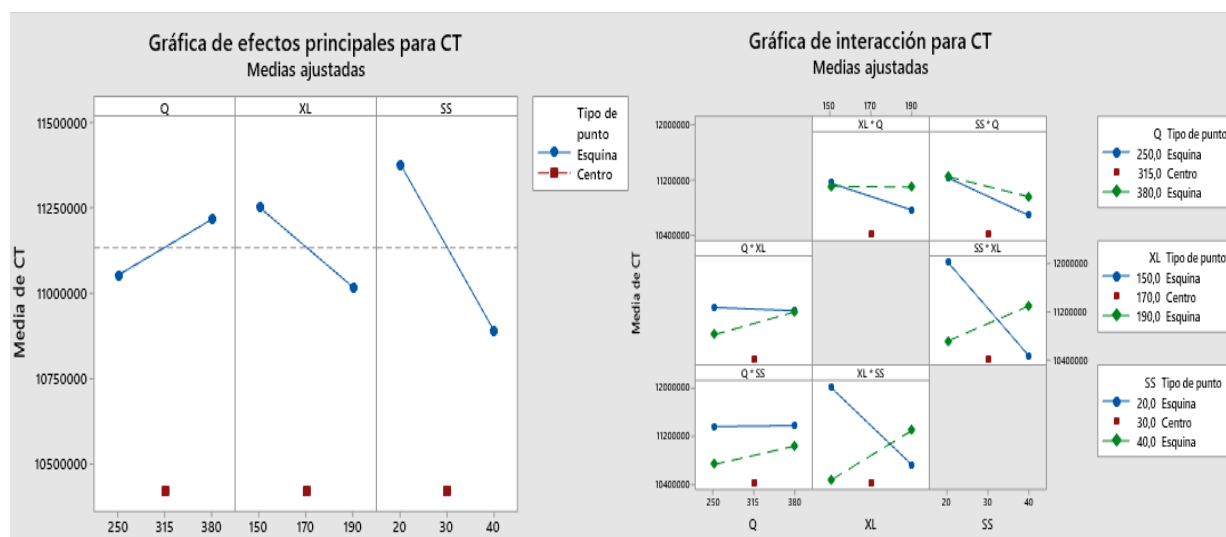
Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 41 se presenta el ANOVA mejorado sin los efectos de interacción *ABC* y *AC*, en el gráfico, se aprecia que los efectos tienen un *valor-p* menor que 0.05, coincidiendo así con lo visto en la Ilustración 40 en términos de los efectos significativos. Aunque la interacción *AC* aparece como un efecto significativo, no se incluye, ya que su

aportación a la explicación de los costos totales es mínima, dado que estos cinco efectos explican, según el estadístico R^2 , 77.68% de la variabilidad observada, y si se incluye en el ANOVA los efectos eliminados, el estadístico sube a 78.88%, es decir, un aumento muy pequeño de 1.2%. Esto muestra que, aunque el efecto AC es significativo, no aporta información significativa al modelo.

En términos de los supuestos del modelo, en las gráficas de residuos no se presenta preocupación por la violación de alguno de los supuestos, donde, el gráfico de probabilidad normal sigue aproximadamente una línea recta, suponiendo así que los residuos no se desvían sustancialmente de una distribución normal. El supuesto de varianza constante no parece violarse dado que los residuos están dispersos aleatoriamente alrededor de cero y tienen aproximadamente la misma dispersión para todos los valores ajustados. Y por último el gráfico de residuos vs orden de observación no muestran ningún patrón. Por lo tanto, no hay relación de tiempo en los residuos.

Ilustración 42. Gráfica de efectos principales y de interacción del diseño factorial



Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 42 (lado izquierdo) se presenta el gráfico de efectos principales, donde de los tres efectos principales es de interés interpretar solamente el efecto A (cantidad de pedido Q), puesto que B (X_L) y C (SS) interactúan, lo cual tiene prioridad. Teniendo en cuenta, que la variable de respuesta es el costo total, de la gráfica del efecto A, se concluye que a mayor cantidad de pedido el costo total será mayor.

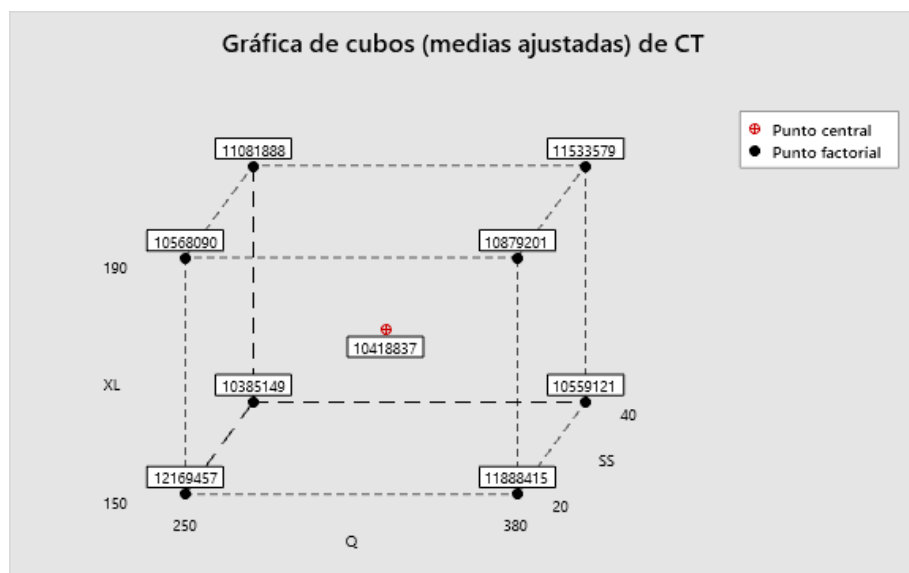
Respecto al efecto de interacción BC , se evidencia que, si se contempla el nivel bajo de ventas en el periodo de reposición y el inventario de seguridad está en su nivel bajo, se presentan costos totales altos, mientras, si se considera el nivel alto de las ventas en el periodo de reposición con niveles bajos del inventario de seguridad, los costos totales disminuyen significativamente, de la misma manera se evidencia que, cuando el nivel del inventario de seguridad es alto y las ventas en el periodo de reposición están en su nivel bajo, los costos totales tienden a ser los más bajos, mientras, si se considera el nivel alto de las ventas en el periodo de reposición y el nivel alto de los inventarios de seguridad, el costo total tiende a aumentar. Respecto al punto central de la interacción entre B y C , se presenta que la combinación central mejora el rendimiento del sistema en términos de los costos totales. Cabe resaltar que matemáticamente la suma de las ventas en el periodo de reposición y el inventario de seguridad corresponde al cálculo del punto de reorden.

En conclusión, para mejorar el sistema de inventarios de revisión continua, el mejor tratamiento es mantener la cantidad de pedido Q en su nivel más bajo ($A^- = 250$), las ventas en el periodo de reposición en su nivel bajo ($B^- = 150$ kg) y el inventario de seguridad en su nivel alto ($C^+ = 40$ kg). Así mismo otra solución competitiva es mantener los parámetros en el punto central ($A = 315$), ($B = 170$), ($C = 30$).

Para predecir el costo total esperado con el mejor tratamiento o en la combinación que se requiera, se obtienen el modelo de regresión en unidades no codificadas ajustado relacionado con el mejor ANOVA, dado por:

$$\begin{aligned}\widehat{CT} = & 30590688 - 12958 * Q - 112502 * X_{Lt} - 479257 * SS + 83.6 * Q * X_{Lt} \\ & + 2676 * X_{Lt} * SS - 714275 \text{ Pt central}\end{aligned}$$

Ilustración 43. Gráfica de cubo del diseño factorial



Fuente: Elaboración propia con Minitab

En el gráfico de cubo de la Ilustración 43 se presenta el rendimiento predicho en términos de costos totales por el modelo en cada combinación de los tres factores incluidos. En particular, el mejor tratamiento se predice con un costo total de \$10.385.149. Seguido por el punto central con un costo total de \$10.418.837.

Diseño Box Behnken

Según (Gutierrez & De la Vara, 2008), los diseños de segundo orden son aquellos que permiten ajustar un modelo de segundo orden para así estudiar, además de los efectos lineales y de interacción, los efectos cuadráticos o de curvatura pura. Por consiguiente, estos diseños se emplean cuando se quiere explorar una región que se espera sea más compleja o cuando se cree que el punto óptimo ya se encuentra dentro de la región experimental. Donde el modelo de segundo orden está dado por:

Ecuación 23. Diseño Box Behnken de segundo orden

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

Entre los diseños de segundo orden más recomendados se encuentra el diseño de *Box-Behnken* y el *diseño central compuesto*. Para el sistema de revisión continua se utilizará el diseño de *Box-Behnken*, dado que (Gutierrez & De la Vara, 2008), este diseño

se aplica cuando se tienen tres o más factores, y suelen ser eficientes en cuanto al número de corridas. Es un diseño rotatable o casi rotatable que se distingue porque no incluye como tratamientos a los vértices de la región experimental.

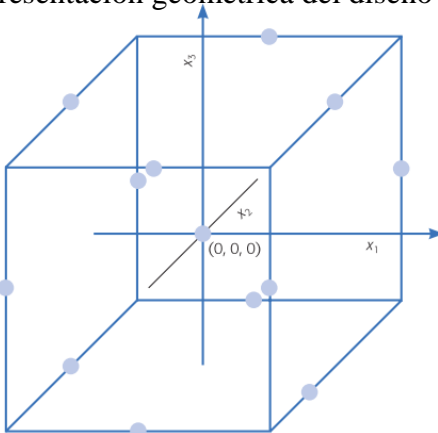
Teniendo en cuenta que se consideraron tres factores (Q , X_{Lt} , SS), se presenta en la Tabla 26 como se dan los 15 tratamientos del diseño de Box-Behnken para los tres factores. Su representación geométrica se muestra en la Ilustración 44. Continuando con (Gutierrez & De la Vara, 2008) nótese que los puntos de este diseño se ubican en medio de las aristas del cubo centrado en el origen, y como se había señalado, no incluye los tratamientos de los vértices, como el $(1,1,1)$ y el $(-1,-1,-1)$ que en algunas situaciones experimentales resultan extremos y no se pueden correr. Esto hace que los tratamientos sean menos extremos que los del diseño factorial completo 3^2 .

Tabla 26. Matriz de diseño de Box Behnken para tres factores.

Tratamiento	Q	X_{Lt}	SS	Tratamiento	Q	X_{Lt}	SS
1	-1	-1	0	9	-1	0	-1
2	1	-1	0	10	1	0	-1
3	-1	1	0	11	-1	0	1
4	1	1	0	12	1	0	1
5	0	-1	-1	13	0	0	0
6	0	1	-1	14	0	0	0
7	0	-1	1	15	0	0	0
8	0	1	1				

Fuente: Tomado de (Gutierrez & De la Vara, 2008).

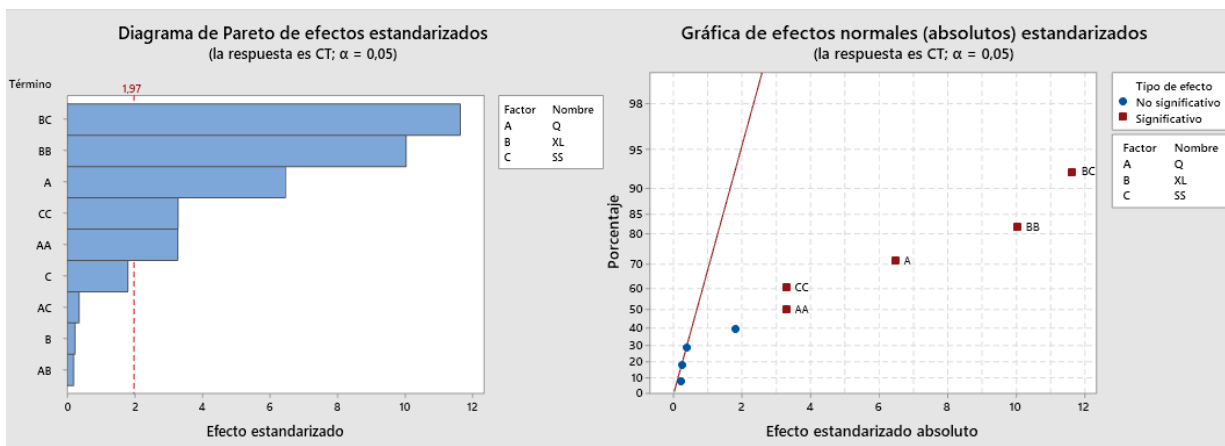
Ilustración 44. Representación geométrica del diseño de Box Behnken



Fuente: Tomado de (Gutierrez & De la Vara, 2008).

Se ejecutó el diseño de Box Behnken con 3 factores, 15 tratamientos, 30 réplicas y 3 puntos centrales (450 corridas en total). A continuación, se presentan las salidas al correr el diseño de Box Behnken en el software Minitab.

Ilustración 45. Gráfico de Pareto y efectos normales estandarizados diseño Box Behnken



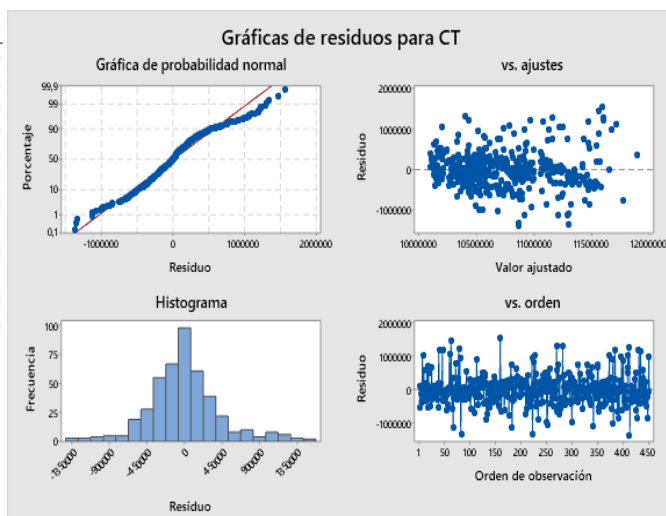
Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 45 se presentan los efectos graficados en un diagrama de Pareto estandarizado. El error tiene 449 grados de libertad y se trabajó con $\alpha=0.05$, donde, de la distribución T de Student se obtiene un valor crítico $t_{0.025;449}=1.97$. Así, los efectos significativos son: el efecto principal A, la interacción BC y los efectos cuadráticos BB, CC, AA. Por lo tanto, se considera que la interacción entre las ventas en el periodo de reposición (B) y el inventario de seguridad (C) producen mayor efecto sobre la variable de respuesta costos totales, así como sucedió en el diseño factorial completo.

Teniendo en cuenta lo anterior, se determina eliminar los efectos que no son significativos para realizar el análisis de varianza, con el fin, de detectar de manera contundente a los efectos significativos, obteniendo así un modelo más simple para explicar el comportamiento de los costos totales.

Ilustración 46. Análisis de varianza mejorado y residuos del diseño factorial completo

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	36	7,34195E+13	2,03943E+12	9,53	0,000
Bloques	29	1,03579E+13	3,57167E+11	1,67	0,018
Lineal	3	9,71401E+12	3,23800E+12	15,13	0,000
Q	1	9,00551E+12	9,00551E+12	42,08	0,000
XL	1	11886084151	11886084151	0,06	0,814
SS	1	6,96613E+11	6,96613E+11	3,26	0,072
Cuadrado	3	2,42169E+13	8,07230E+12	37,72	0,000
Q*Q	1	2,31507E+12	2,31507E+12	10,82	0,001
XL*XL	1	2,16664E+13	2,16664E+13	101,25	0,000
SS*SS	1	2,32700E+12	2,32700E+12	10,87	0,001
Interacción de 2 factores	1	2,91307E+13	2,91307E+13	136,13	0,000
XL*SS	1	2,91307E+13	2,91307E+13	136,13	0,000
Error	413	8,83769E+13	2,13988E+11		
Falta de ajuste	353	8,15578E+13	2,31042E+11	2,03	0,001
Error puro	60	6,81918E+12	1,13653E+11		
Total	449	1,61796E+14			
R-cuad. R-cuad.					
S R-cuad. (ajustado) (pred)					
	462588	45,38%	40,62%	35,01%	



Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 46 se presenta el ANOVA mejorado sin los efectos de interacción *AC* y *AB*, por otro lado, se aprecia que los efectos tienen un *valor-p* menor que 0.05, coincidiendo así con lo visto en la Ilustración 45 en términos de los efectos significativos. De la misma manera se puede observar en el ANOVA que los efectos cuadráticos también influyen significativamente en los costos totales del sistema de inventarios. De esta manera, se confirma que el modelo presenta curvatura, debida, en su mayor parte, al aporte significativo del efecto del término cuadrático *BB*.

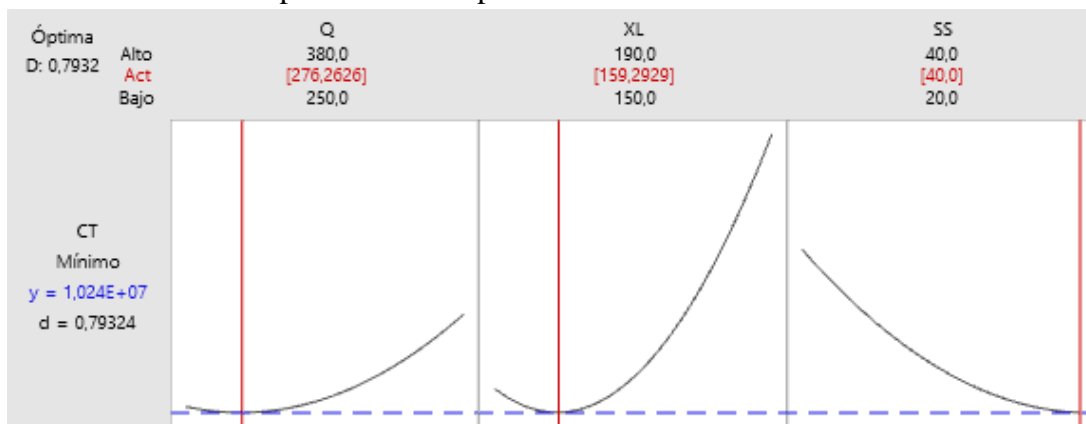
En términos de los supuestos del modelo, en las gráficas de residuos no se presenta preocupación por la violación de alguno de los supuestos, donde, el gráfico de probabilidad normal sigue aproximadamente una línea recta, suponiendo así que los residuos no se desvían sustancialmente de una distribución normal. El supuesto de varianza constante no parece violarse, dado que los residuos están dispersos aleatoriamente alrededor de cero y tienen aproximadamente la misma dispersión para todos los valores ajustados. Y por último el gráfico de residuos vs orden de observación no muestran ningún patrón. Por lo tanto, no hay relación de tiempo en los residuos.

De acuerdo con los resultados, el ANOVA proporciona un modelo de segundo orden en unidades no codificadas, el cual se presenta simplificado al eliminar los términos que no son significativos:

$$\widehat{CT} = 58837363 - 18577 * Q - 450184 * X_{Lt} - 511149 * SS + 34.2 * Q^2 + 1106 * X_{Lt}^2 + 1449 * SS^2 + 2464 * X_{Lt} * SS$$

El coeficiente de determinación obtenido indica que esta ecuación se ajusta con una precisión superior al 45% a los casos experimentales realizados. Es importante resaltar que el coeficiente de determinación del diseño factorial sea superior al del diseño de Box Behnken, ya que este último trata de explicar un mayor número de tratamientos y de ajustar al comportamiento real de un sistema de inventarios un modelo cuadrático de mayor complejidad. Por otro lado, la variación del modelo que describe la respuesta es de \$462.588, es decir, que esta es la variación que determina hasta qué punto se separa a los valores de datos de la superficie de respuesta verdadera.

Ilustración 47. Optimización de parámetros con el diseño de Box Behnken



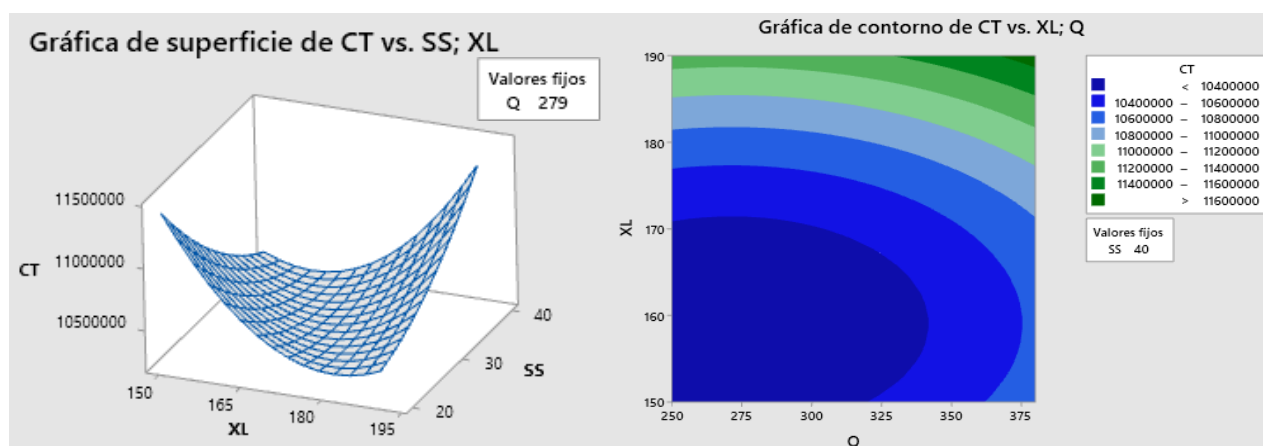
Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 47 se presenta la gráfica de optimización para determinar la configuración óptima de los factores principales que minimicen el costo total del sistema de inventarios. La deseabilidad compuesta es 0.7932, indicando así que la configuración de factores parece lograr resultados favorables para la respuesta costo total. En el gráfico se puede observar el efecto de cada factor (columnas) en la respuesta, donde la línea roja vertical muestra la configuración actual de los niveles de los factores, indicando así que los niveles más favorables para minimizar el costo total son Q=276.26 kg, X_{Lt} =159.29 y SS=40. Para así obtener un costo total medio de \$10.242.642 y el rango de valores probables se estima entre \$9.323.184 y \$11.162.101 con un 95% de confianza.

De acuerdo con lo anterior, en la Ilustración 48 se presenta el gráfico de superficie para el costo total del sistema de inventarios continuo (S,s) como una función de las ventas en el periodo de reposición y el inventario de seguridad, considerando como factor fijo la cantidad a pedir en el óptimo encontrado. Puede notarse que cuando se dan configuraciones hacia los puntos externos, los costos tienden ascender alrededor de los \$11.500.00, por otro lado, se dificulta evidenciar cual variable tiene una mejor influencia sobre el costo total, dado que la interacción entre ambas es muy fuerte, como se vio en el ANOVA. En la superficie se presenta que los costos mínimos se dan cuando el inventario de seguridad (SS) se aproxima a los 40 kg, mientras que las venta en el periodo de reposición está entre los 155 y 160 kg.

En el gráfico de contorno, se consideró el inventario de seguridad como factor fijo en 40 kg, y se evidencia que para mantener los costos promedios inferiores a \$10.400.000 las ventas en el periodo de reposición pueden variar entre 150 kg y un poco más de 170 kg, siempre y cuando las variaciones en la cantidad de pedido se mantengan entre 250 kg e inferiores a 350 kg.

Ilustración 48. Superficie de respuesta y gráfica de contorno del diseño de Box Behnken



Fuente: Elaboración propia con Minitab

En conclusión, el diseño factorial completo y el diseño de Box Behnken se realizan para obtener el costo total mínimo de la política de inventarios (S,s). El resultado del diseño factorial sugirió que se deben establecer los parámetros para los factores $Q=250$ kg, $X_{Li}=150$ kg y $SS=40$ kg para obtener un costo promedio total mínimo de \$10.385.149. En términos teóricos, el diseño factorial completo presentó una curvatura significativa en el

ANOVA que no debería mover el camino debido al área factible, pero esta investigación intenta establecer el camino para ver si la respuesta aún puede moverse o no. El resultado muestra que se puede mover y más aún con el diseño de Box Behnken donde se debería establecer el valor de los parámetros para los factores como $Q=276.26$ kg, $X_{Lt}=159.29$ y $SS=40$ para obtener un costo promedio total mínimo de \$10.242.642.-

Mejoramiento del desempeño del sistema de inventarios (R,S)

Para el mejoramiento del desempeño del sistema de inventarios de revisión periódica (R,S), se procede a realizar un estudio similar al del sistema de revisión continua, donde inicialmente se considera que los parámetros que afectan directamente el sistema de inventarios son las ventas en el periodo de reposición (X_{Lt+R}), el inventario de seguridad (SS), y el periodo de revisión R, dado que son los parámetros bajo los cuales se fundamenta el sistema de inventarios.

En la Tabla 27 se presentan los niveles de prueba de los factores seleccionados para el mejoramiento del sistema de inventarios, cabe resalta que para la definición de los niveles se tomó como punto de partida el nivel dado por los cálculos matemáticos, donde $X_{Lt+R}= 482.22$, $SS=18.6$ y $R=17$.

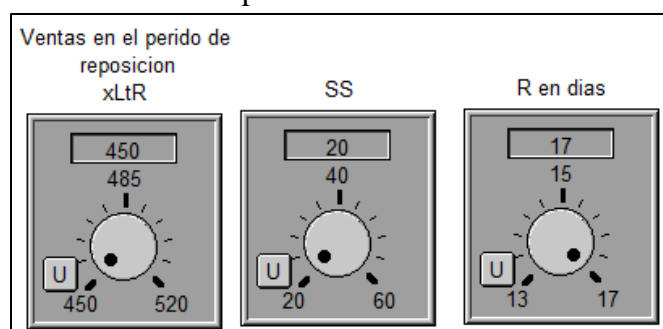
Tabla 27. Niveles de los factores

Parámetro	Descripción
Ventas en el periodo de reposición	X_{Lt+R} (450 – 520)
Inventario de seguridad	SS (20 – 60)
Tiempo de reposición	R (13 – 17)
Política de revisión	Periódica
Costo total	Costo de mantener, costo de pedir y costo faltantes.

Fuente: Elaboración propia

Para ejecutar las corridas experimentales se configuró en el software Stella una perilla (Ilustración 49), la cual permite cambiar los niveles arrastrándolo hacia arriba o hacia abajo, y así generar las combinaciones necesarias.

Ilustración 49. Perillas para cambiar los niveles del modelo (S,s)



Fuente: Elaboración propia con Stella

Análisis de potencia

Para correr la prueba de potencia y tamaño de muestra se utilizará un diseño factorial de dos niveles (2^k) con tres repeticiones. Prueba, con la cual, se determina la cantidad de repeticiones para lograr la potencia necesaria en los experimentos. Así el conjunto de datos para ejecutar el análisis de potencia se presenta en la Tabla 28.

Tabla 28. Conjunto de datos para correr la prueba de potencia.

Bloques	X_{L+R}	SS	R	CT	Faltantes	Inventario promedio	Pedidos
2	450	20	13	12611390	0	193.94	28
2	520	20	17	12107052	4.61	221.22	21
2	520	60	17	13250330	0	262.83	21
2	450	20	17	13474424	78	164.6	21
2	520	60	13	15683254	0	289.03	28
2	520	20	13	14982788	0	267.35	28
2	450	60	13	13849086	0	232.25	28
2	450	60	17	12181559	26.9	193.5	21
3	520	20	17	11975208	0	223.36	21
3	450	20	17	13715472	81.17	167.69	21
3	520	20	13	14586068	0	255.07	28
3	520	60	13	16526126	0	315.12	28
3	520	60	17	14749277	39.06	256.52	21
3	450	60	17	13562249	54.3	199.21	21
3	450	60	13	13474140	0	220.65	28
3	450	20	13	12613644	0	194.01	28
1	520	60	17	12908215	0	252.24	21
1	450	60	13	13765409	0	229.66	28

1	450	60	17	13490287	52.72	199.11	21
1	450	20	17	14598870	99.11	170.82	21
1	520	20	17	12011779	0	224.49	21
1	520	20	13	15075120	0	270.21	28
1	520	60	13	16102467	0	302.01	28
1	450	20	13	12857628	0	201.56	28

Fuente: Elaboración propia

Para la configuración del análisis de potencia y tamaño de muestra se consideran tres factores del diseño factorial completo, con 8 puntos de esquina, para detectar una diferencia de \$280.000 con al menos un 95% de potencia; la desviación estándar en el residuo es de aproximadamente \$517.530; y se analizan dos puntos centrales. En la Ilustración 39 se observa que se necesitan 23 réplicas (185 corridas) para obtener una potencia del 95% si no se incluyen puntos centrales en el diseño. El análisis de potencia cuando el nivel de significancia es 0.05 conduce a un efecto igual a \$280.000 sin puntos centrales, y la adición de dos puntos centrales presenta una potencia real de 0.954428 y 0.954439 respectivamente.

Ilustración 50. Curva de poder y tamaño de muestra para el diseño factorial de 2 niveles.

Diseño factorial de 2 niveles
 $\alpha = 0,05$ Desviación estándar asumida = 517530

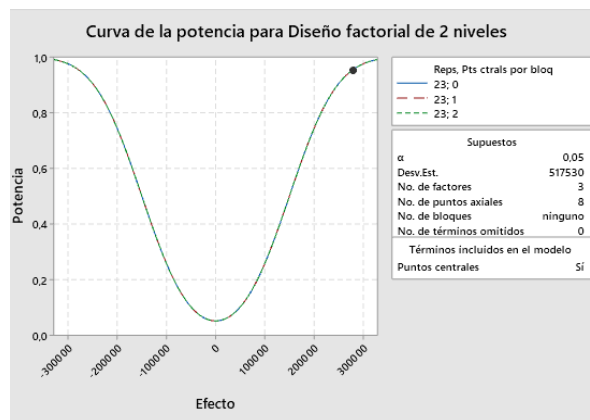
Método

Factores: 3 Diseño de la base: 3; 8
 Bloques: ninguno

Incluyendo un término para puntos centrales en el modelo.

Resultados

Puntos centrales	Efecto	Reps	Corridas totales	Potencia objetivo	Potencia real
0	280000	23	184	0,95	0,954428
1	280000	23	185	0,95	0,954428
2	280000	23	186	0,95	0,954439

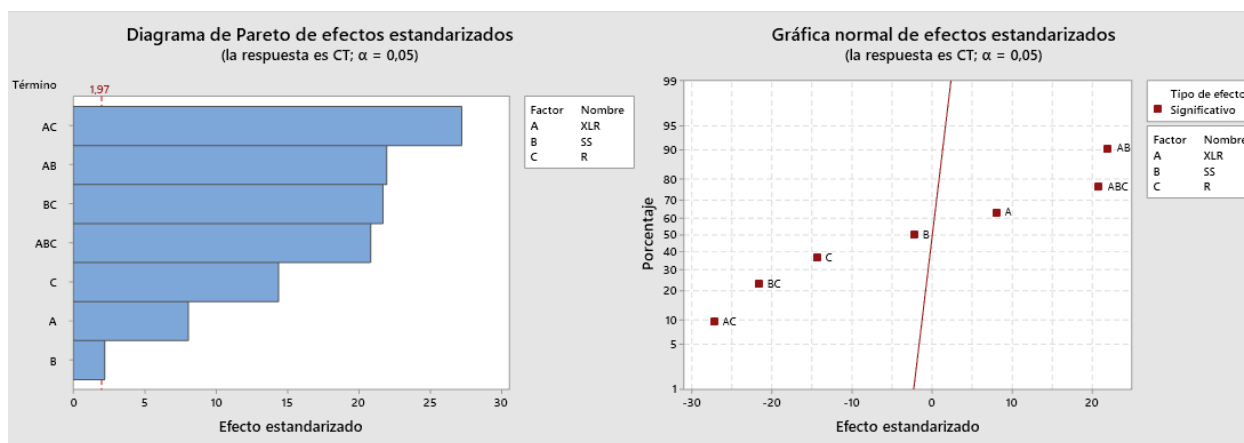


Fuente: Elaboración propia con Minitab

Diseño factorial completo

Se crea un diseño factorial completo 2^3 donde se estudia el efecto de tres factores considerando dos niveles en cada uno, diseño que consta de 8 tratamientos diferentes como se presentó en la Tabla 25. Así mismo con este diseño se pueden estudiar 7 efectos principales $A=X_{Lt+R}$, $B=SS$, $C=R$, tres interacciones dobles AB , AC , BC y una interacción triple ABC . Se hacen veintitrés réplicas (23) de cada tratamiento y un punto central por réplica.

. Ilustración 51. Gráfico de Pareto y efectos normales estandarizados diseño factorial



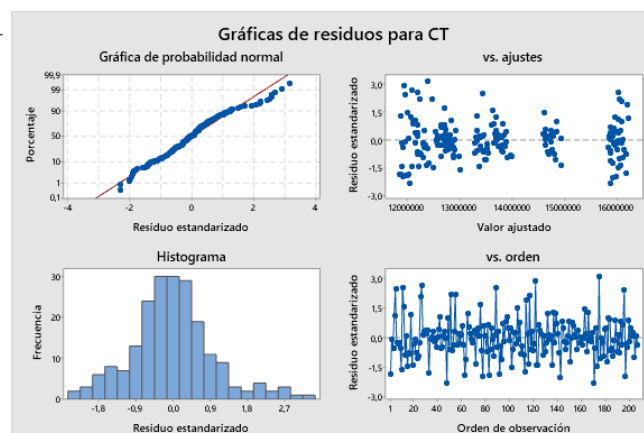
Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 51 se presentan los efectos graficados en un diagrama de Pareto estandarizado. El error tiene 176 grados de libertad y se trabajó con $\alpha=0.05$, donde, de la distribución T de Student se obtiene un valor crítico $t_{0.025;176}=1.97$. Así, que para el sistema de revisión periódica se identifica que todos los efectos son significativos, desde los efectos principales hasta los efectos de interacción triple. Siendo el efecto con mayor aporte a la minimización del resultado, el efecto de interacción AC. Dado que, en el gráfico de efectos estandarizados se puede evidenciar los efectos a la izquierda de la línea de ajuste de la distribución quienes tienen un efecto negativo en el costo total, mientras los que se encuentran a la derecha lo tienen positivo. Cuanto más lejos se encuentren estos efectos de la línea de ajuste más significativa será su influencia en el modelo.

Ilustración 52. Análisis de varianza y residuos del diseño factorial completo

Fuente	GL	SC Ajust.	MC Ajust.	Valor F	Valor p
Modelo	30	4,28570E+14	1,42857E+13	85,28	0,000
Bloques	22	2,02432E+12	92014674136	0,55	0,950
Lineal	3	4,64342E+13	1,54781E+13	92,40	0,000
XLR	1	1,09130E+13	1,09130E+13	65,15	0,000
SS	1	8,25520E+11	8,25520E+11	4,93	0,028
R	1	3,46956E+13	3,46956E+13	207,13	0,000
Interacciones de 2 términos	3	2,83902E+14	9,46341E+13	564,95	0,000
XLR*SS	1	8,08928E+13	8,08928E+13	482,91	0,000
XLR*R	1	1,24078E+14	1,24078E+14	740,72	0,000
SS*R	1	7,89321E+13	7,89321E+13	471,21	0,000
Interacciones de 3 términos	1	7,28084E+13	7,28084E+13	434,65	0,000
XLR*SS*R	1	7,28084E+13	7,28084E+13	434,65	0,000
Curvatura	1	2,34012E+13	2,34012E+13	139,70	0,000
Error	176	2,94818E+13	1,67510E+11		
Total	206	4,58052E+14			

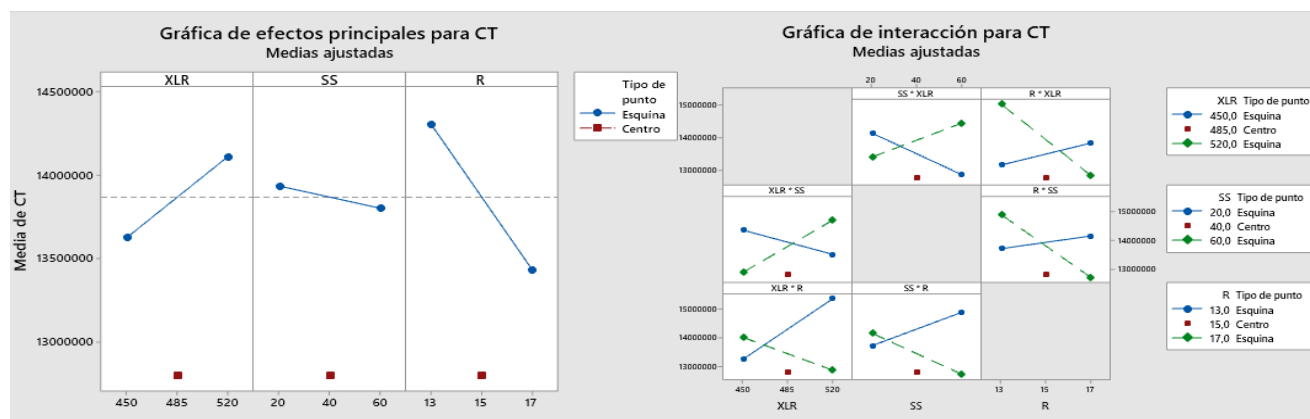
	R-cuad.	R-cuad.
	S R-cuad. (ajustado)	(pred)
409280	93,56%	92,47% 91,10%



Fuente: Elaboracion propia con Minitab

En la Ilustración 52 se aprecia que los efectos tienen un *valor-p* menor que 0.05, coincidiendo así el ANOVA con lo visto en la Ilustración 51 en términos de los efectos significativos. Respecto a los supuestos del modelo, en las gráficas de residuos no se presenta preocupación por la violación de alguno de los supuestos, donde, el gráfico de probabilidad normal sigue aproximadamente una línea recta, suponiendo así que los residuos no se desvían sustancialmente de una distribución normal. El supuesto de varianza constante no parece violarse dado que los residuos están dispersos aleatoriamente alrededor de cero y tienen aproximadamente la misma dispersión para todos los valores ajustados. Y por último el gráfico de residuos vs orden de observación no muestran ningún patrón. Por lo tanto, no hay relación de tiempo en los residuos.

Ilustración 53. Gráfica de efectos principales y de interacción del diseño factorial



Fuente: Elaboración propia con Minitab

En la Ilustración 53 (lado izquierdo) se presenta el gráfico de efectos principales, donde se evidencia que el aumento de las ventas en el periodo de reposición genera un aumento en los costos totales, por otro lado, los costos disminuyen cuando el inventario de seguridad se aumenta, igual que con el periodo de revisión, siendo más significativo el ahorro generado al aumentar este tiempo.

Respecto al efecto de interacción AC, se evidencia que, los costos totales del sistema de inventarios son mínimos cuando el factor A y C están en su nivel alto, aunque se presenta un aumento grande de los costos cuando el factor A se mantiene en su nivel alto y el nivel C pasa a su nivel bajo, mientras que por el lado del factor bajo de A en interacción con el factor C se presenta un aumento de aproximadamente \$1.000.000 cuando el factor C pasa de su nivel bajo al alto. De acuerdo con lo anterior, se hace necesario analizar el comportamiento de la interacción de AB y BC, donde en términos de AB se evidencia que los costos son mínimos cuando el nivel de A es bajo y el nivel de B es alto. Por el lado, de la interacción BC, se encuentra que a altos niveles de B es mejor tener el nivel bajo de C.

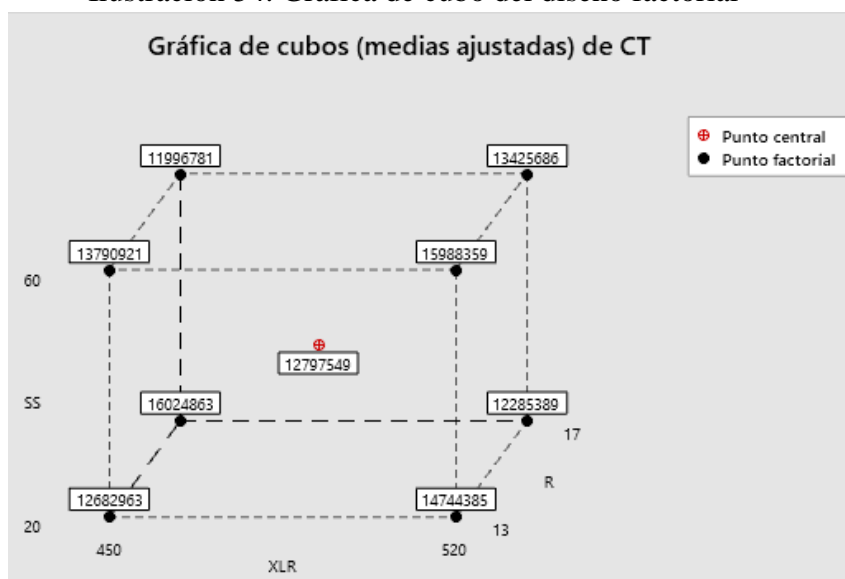
En conclusión, para mejorar el sistema de inventarios de revisión periódica el mejor tratamiento es mantener las ventas en el periodo de revisión en su nivel más bajo (A^- =450 kg), el inventario de seguridad en su nivel más alto (B^- =60 kg) y el periodo de revisión del inventario en su nivel más alto (C =17 días).

Para predecir el costo total esperado con el mejor tratamiento o en la combinación que se requiera, se obtienen el modelo de regresión en unidades no codificadas, dado por:

$$\begin{aligned}\widehat{CT} = & -193660556 + 414627 * X_{Lt+R} + 3051653 * SS + 14844211 * R - 5793 \\ & * X_{Lt+R} * SS - 29704 * X_{Lt+R} * R - 234293 * SS * R + 449.3 * X_{Lt+R} \\ & * R * SS - 1069870 * Pt \text{ Central}\end{aligned}$$

El coeficiente de determinación obtenido indica que esta ecuación se ajusta con una precisión superior al 93% a los casos experimentales realizados.

Ilustración 54. Gráfica de cubo del diseño factorial



Fuente: Elaboracion propia con Minitab

En el gráfico de cubo de la Ilustración 54 se presenta el rendimiento predicho en términos de costos totales por el modelo en cada combinación de los tres factores incluidos. En particular, el mejor tratamiento se predice con un costo total de \$11.996.781 Seguido por el punto central con un costo total de \$12.797.549.

Diseño de Box Behnken

Como se evidenció en el ANOVA de la Ilustración 52, el sistema de inventarios es ajustable a un modelo de segundo orden, dado que la curvatura es significativa, por lo cual, se puede establecer el camino para ver si la respuesta aún puede moverse a una mejor solución.

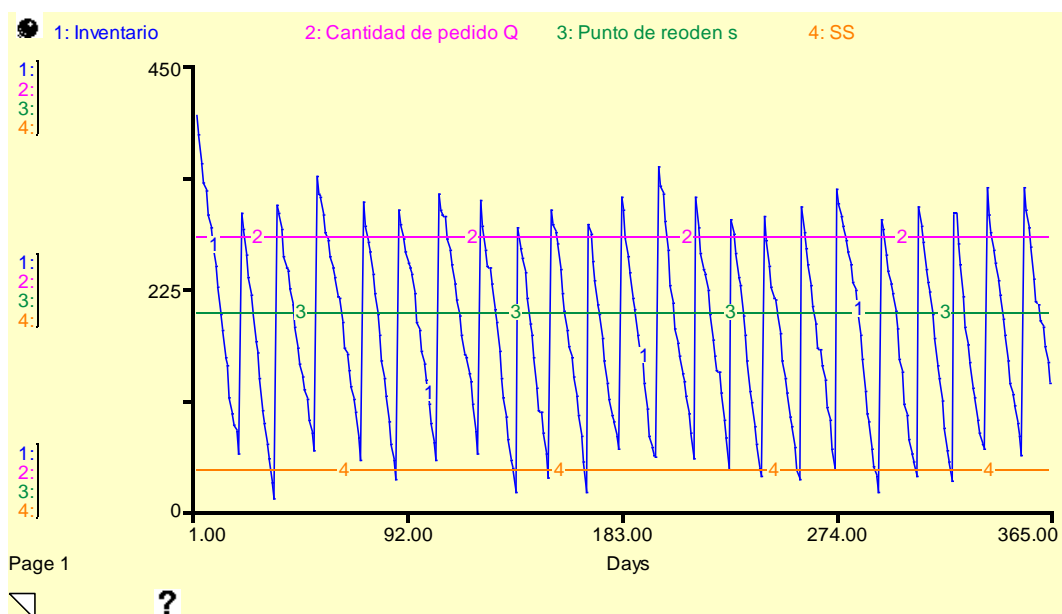
En el desarrollo del diseño de Box Behnken se presentó que el modelo no cumple con el supuesto de homocedasticidad de los residuos, de la misma manera no se hace relevante, dado que el diseño factorial mostro que el sistema de revisión periódica no es competitivo en términos de costos con el sistema de revisión continua, independientemente se procedió a realizar el diseño de box Behnken aplicando una transformación de Box-Cox con un valor alto de lambda ($\lambda=2.5$), aun así el modelo sigue presentando heterocedasticidad, de la misma manera se realizó el análisis de optimización para ver si se podía mejorar la respuesta pero se encontró la misma solución del diseño factorial completo.

Resultados

En este apartado se presenta el sistema de inventarios que mejor se ajusta a las necesidades de la compañía en términos del costo total, siendo éste el sistema de revisión continua bajo las condiciones del modelo (S,s), el cual realiza un pedido máximo S, cada vez que el inventario sea menor e igual al punto de reorden s. Donde, de acuerdo con el estudio realizado para encontrar la combinación de niveles que permitieran optimizar el costo total, se encontró mediante el método de Box Behnken que los niveles de los parámetros del modelo son $Q=276.26$ kg, $X_{Lt}=159.29$ y $SS=40$ para obtener un costo promedio total de \$10.242.642.

Por lo tanto, se debe pedir una cantidad máxima (S) de 475.55 kg cada vez que el inventario registre valores iguales o inferiores a 199.3 kg, donde el inventario de seguridad debe ser de 40 kg, en la Ilustración 55 se presenta una de las corridas que representa la dinámica del sistema de inventarios para un año (365 días).

Ilustración 55. Dinámica del sistema de inventarios (S,s)



Fuente: Elaboración propia con Stella.

En la Tabla 29 se presenta un resumen estadístico de las variables de rendimiento del sistema de inventarios. Para esto se realizó en el modelo de simulación una corrida con 30

replicaciones, obteniendo así un error de estimación en términos relativos de 1.58% respecto a la variable de mayor interés, el costo total.

Tabla 29. Análisis estadístico del modelo (S,s) optimizado

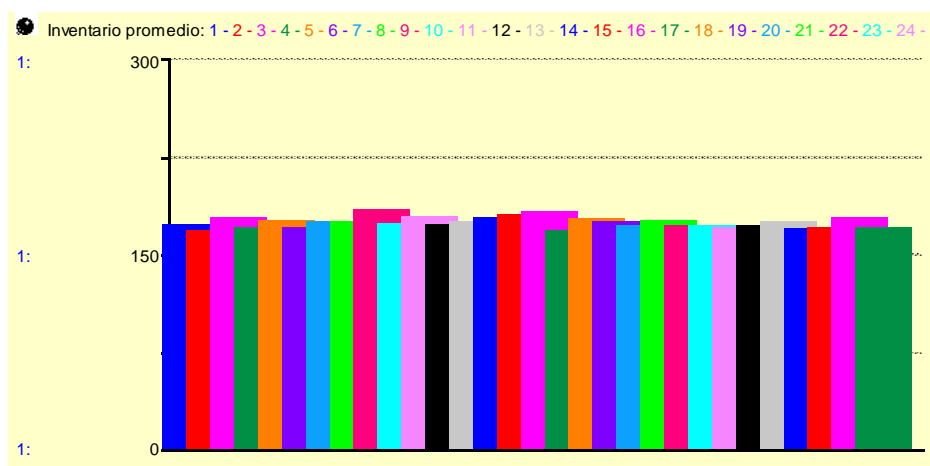
Variable / Estadística	Costo total (\$)	Costo de mantener (\$)	Costo de pedir (\$)	Costo faltantes (\$)	Faltantes (Kg)	Inventario promedio (Kg)	Nivel de servicio %
Media	10,247,876	5,634,742	4,447,782	165,352	3.80	174.7	99.94
Desviación	433,324	134,496	112,014	447,025	10.25	4.2	0.15
Mínimo	9,890,606	5,435,745	4,138,999	0	0	168.5	99.28
Máximo	12,080,381	5,980,329	4,533,190	2,111,446	48.43	185.4	100.00
IC _{inf} 95%	10,086,070	5,584,520	4,405,955	0	0	173.1	99.89
IC _{sup} 95%	10,409,682	5,684,963	4,489,608	332,274	7.62	176.2	100.00

Fuente: Elaboración propia

Se evidencia que el sistema de revisión continua (S,s) presenta un costo total promedio de \$ 10.247.876 con una desviación de \$433.324, esta variación se debe a la presencia de un dato atípico debido a grandes ventas perdidas (Ilustración 57), donde este costo de faltantes queda representado por el costo total máximo obtenido de \$12.080.381. En términos del comportamiento del costo total se determinó un intervalo con el 95% de confianza, el cual indica que el costo total se encuentra entre \$10.086.070 y \$10.409.682. Algo interesante en el sistema de inventarios bajo estudio es que el costo total tuvo la capacidad de presentar un mínimo de \$9.890.606.

En términos del costo promedio de pedir (\$4.447.782) y el costo promedio de mantener el inventario (\$5.634.742), se encuentra que los costos de mantener son en promedio mayores a los de realizar un pedido, así mismo se evidencia que estos costos son muy estables dada la falta de variación en las replicaciones realizadas, siendo sus coeficientes de variación del 2.52% y 2.38% respectivamente. Por otro lado, se determina que con este sistema de inventarios se van a realizar entre 22 y 23 pedidos por año, y que el inventario promedio con un 95% de confianza se va a dar entre los 173.1 kg y 176.2 kg como se muestra en la Ilustración 56.

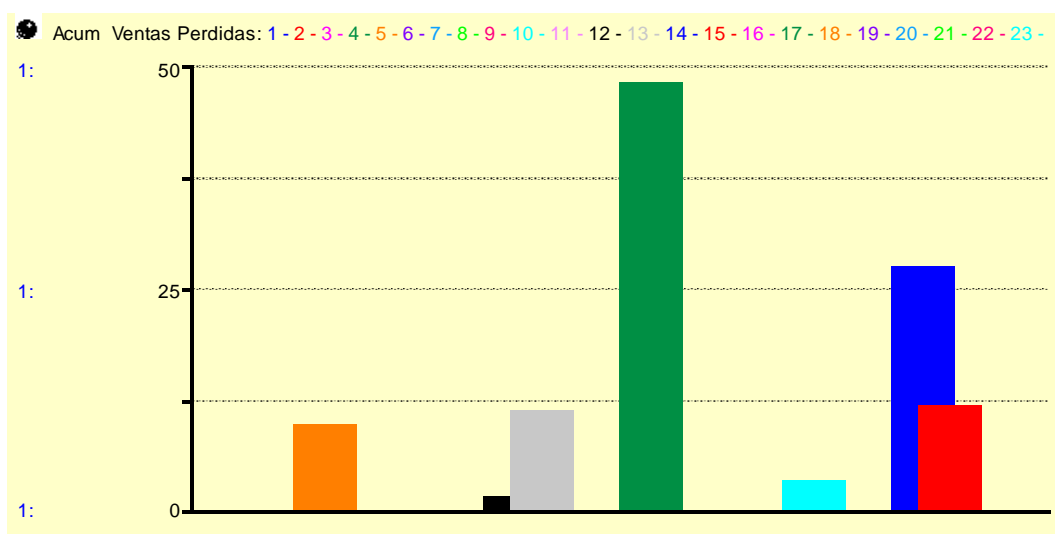
Ilustración 56. Inventario promedio n=30 réplicas



Fuente: Elaboración propia

Respecto a las ventas perdidas o los faltantes se presenta, que en términos medios se espera que se generen entre 0 kg y 7.62 kg de ventas perdidas con un 95% de confianza, es decir, que es muy probable que no se generen ventas perdidas como se evidencia en la Ilustración 57 y que en algunas ocasiones se van a presentar altas ventas perdidas por aumentos abruptos en las ventas, como fue el caso de la corrida número 17 la cual presentó un máximo de 48.43 kg de ventas perdidas, afectando así el nivel de servicio que descendió a niveles mínimos del 99.28%, pero el cual se mantiene en términos medios alrededor de 99.94% con una variación respecto a su media del 0.15%, indicando así un nivel de servicio alto para el sistema de inventarios seleccionado.

Ilustración 57. Dinámica de las ventas perdidas de n=30 réplicas



Fuente: Elaboración propia con Stella.

Conclusiones

- La información de entrada para la construcción de los modelos de inventarios proporcionada por la empresa permitió determinar de manera desagregada los costos de pedir y de mantener inventarios. Así mismo, con los datos de las ventas se realizó una serie de tiempo mediante el método de suavizamiento exponencial simple, cumpliendo con los supuestos de normalidad, homocedasticidad e independencia, pronóstico con el cual se pudo vincular el componente estocástico a las políticas de inventarios modeladas matemáticamente. De la misma manera, con el fin de simular el comportamiento estocástico de las ventas se utilizó el método Montecarlo.
- Se modelaron cuatro sistemas de inventarios, dos políticas de revisión continua (s,Q) (S,s) , así como dos políticas de revisión periódica (R,S) (R,s,S) , considerando un nivel de servicio del 97.5%, encontrando que los costos totales del sistema de revisión continua son menores en un 6.8% a los sistemas de revisión periódica para el caso de estudio. Por otro lado, se evidenció que los modelos matemáticos presentan problemas a la hora de medir el impacto de las ventas perdidas cuando las fluctuaciones de la demanda son altas.
- Se diseñaron cuatro modelos de simulación continua en el software Stella, los cuales representan cada uno de los sistemas de revisión de inventarios, a cada modelo se le agregaron submodelos que permitieron medir el costo total y el nivel de servicio. Inicialmente se compararon los modelos simulados bajo las mismas condiciones expuestas en los modelos matemáticos, con el fin de validar que el modelo presenta un comportamiento similar, encontrándose así que, en términos de los costos de pedir y mantener inventarios son similares, mientras que por el lado de los costos de faltantes se generan cambios significativos, donde estos cambios definieron que con un nivel de servicio del 97.5% son mejores las políticas de revisión periódica con una diferencia porcentual del 16.45% respecto a las políticas de revisión continua.

- En la simulación se generaron cambios en los niveles que afectan directamente las políticas de inventarios continuas y periódicas, donde para el caso continuo (S,s) se realizaron 63 réplicas (es decir, 03 para la prueba de poder, 30 para el análisis factorial, 30 para el diseño de box Behnken) en total para obtener diferentes respuestas de diferentes niveles de los factores. Las respuestas obtenidas se analizaron utilizando el software Minitab, identificando principalmente con una confianza del 95% la potencia del experimento, para luego utilizar un diseño factorial completo y el diseño de box Behnken. En términos teóricos, el diseño factorial completo produjo una curvatura significativa que no debería mover el camino debido al área factible, pero con el diseño de box Behnken se evidencia que se puede mover aún más mejorando así la solución del sistema de revisión continua. El tratamiento fue similar para el sistema de revisión periódica (R,S) y no se encontró una solución más favorable que la del modelo continuo.
- De acuerdo con lo anterior, en esta investigación, se desarrolló un modelo que permitió establecer una política de control y manejo de inventarios continua que minimiza los costos operaciones de almacenamiento de una empresa del sector de alimentos, llevando el nivel de servicio a un nivel medio del 99.94%, con unos costos de mantener inventario de \$5,634,742, costos de pedir de 4,447,782 y unos costos de faltantes de \$165,352. Esto se logró aplicando técnicas del diseño experimental a múltiples modelos de simulación dinámica creados en el software Stella.

Recomendaciones

- Con el fin de medir el impacto económico que tienen las políticas diseñadas en este estudio sobre el sistema de inventarios actual de la compañía, se recomienda realizar un análisis financiero comparativo del antes y el después de la implementación de la política de inventarios óptima.
- Se recomienda realizar más experimentos con los parámetros que afectan directamente el sistema de inventarios, como la cantidad de pedido (Q), las ventas en el periodo de reposición (X_{Li}) y el inventario de seguridad, teniendo como punto de partida la solución ya encontrada en este estudio, o en su defecto realizar un análisis de sensibilidad al óptimo, que permita explorar el potencial de obtener nuevas y mejores soluciones.

- Se sugiere realizar un análisis de clasificación de productos ABC, dado que en la actualidad la empresa maneja más de 10000 referencias de productos, para así después de la clasificación generar una agrupación por familia de productos y modelar el sistema de inventarios en su totalidad, teniendo también en cuenta nuevas limitaciones que se puedan presentar como las restricciones de capacidad de almacenamiento de la empresa, las ventas por combos de productos entre otros.

Trabajos Futuros

- Con el fin de generar mayor precisión en el análisis de costos de manejo de inventarios se pueden incluir otros tipos de costos en trabajos futuros, es decir, los costos de almacenamiento excesivo, los costos de movimiento del inventario, costos de pérdida de clientes y costos de tiempo ocioso del personal que trabaja a tiempo completo en el área.
- Se puede utilizar a modo de análisis comparativo otras técnicas de optimización como los algoritmos genéticos, de la misma manera, se debería considerar el uso de otras metodologías para el análisis con superficies de respuesta como el diseño central compuesto, el diseño de Plackett-Burman y la experimentación secuencial, con el fin de proporcionar resultados más sólidos.
- Es pertinente realizar un estudio que comprenda también el área de producción de la empresa, dado que así se tendrían en cuenta aspectos que afectan el inventario, es decir simular la dinámica de producción y observar el impacto que pueden tener aspectos como los paros no programados, la escasez de materias primas para producir, los productos no conformes, en el tiempo de entrega al área de gestión de inventarios.

Referencias

- Agudelo Serna, D. A., & López Rivera, Y. M. (2018). Dinámica de sistemas en la gestión de inventarios. *Ingenierías USBMed*, 9(1), 75–85. <https://doi.org/10.21500/20275846.3305>
- Angerhofer, B.J., Angelides, M. C. (2000). System dynamics modeling in supply chain management: research review. *Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference*, 342–351.
- Aracil, J. (1995). *Dinámica De Sistemas*. (Primera, Ed.) (Isedefe). Madrid.
- Ariffin, A. S., Abas, Z., & Baluch, N. H. (2015). Literature ratified knowledge based view of poultry supply chain integration concept. *Jurnal Teknologi*.
- Attanayake, N., Kashef, R., & Andrea, T. (2014). A simulation model for a continuous review inventory policy for healthcare systems. *IEEE 27th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*.
- Avellaneda, F. G., Rozo, F. A. V., & Ayala, M. J. C. (2011). Sobre La Dinámica de un Sistema de Gestión de Inventarios. *9º Encuentro Colombiano de Dinámica de Sistemas*. Retrieved from http://www.urosario.edu.co/Administracion/documentos/9-Dinamicas/042_1701714042/
- Ballou, R. H. (2004). *Logística. Administración de la cadena de suministro*. (Quinta, Ed.). Mexico: Pearson Education.
- Banks, J., Buckley, S., Jain, S., Lendermann, P., & Manivannan, M. (2002). Panel session: opportunities for simulation in supply chain management. *Simulation Conference, 2002. Proceedings of the Winter*, 2, 1652–1658.
- Barlas Y, A. A. (1996). Product diversification and quick response order strategies in supply chain management. *Proceedings of the International System Dynamics Conference*.
- Benkő, J. (2011). Modeling Stochastic Inventory Policy with Simulation.
- Bijvank, M., & Vis, F. A. (2012). Inventory control for point of use locations in hospitals. *Journal of the Operational Research Society*, 63(4), 497–510. <https://doi.org/https://doi.org/10.1057/jors.2011.52>

- Bowersox, D. J., Closs, D. J., & Cooper, M. B. (2013). *Administración y logística en la cadena de suministro. Journal of Chemical Information and Modeling* (Vol. 53). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Browne, S., & Zipkin, P. (1991). Inventory models with continuous, stochastic demands. *The Annals of Applied Probability*, 419–435.
- Carro Paz, R., & González Gómez, D. (2010). Gestión de stocks. In *Administración de las operaciones* (pp. 1–31). Argentina: Universidad Nacional de Mar del Plata.
- Castro Zuluaga, C. A. (2008). Pronosticos de la demanda. In *Planeación de la Producción*. Medellín: Universidad EAFIT.
- Chae, B., & Olson, D. (2007). Developing Unbounded Systems thinking: Using Causal Mapping with Multiple Stakeholders within a Vietnamese Company. *The Journal of the Operational Research Society*, 58(5), 655–668.
- Chandler, M., Boutilier, R. (1992). The development of dynamic system reasoning. *Contributions to Human Development*, 21, 121–137.
- Chang, J., Lu, H., & Shi, J. (2019). Stockout risk of production inventory systems with compound Poisson demands. *Omega*, 83, 181–198.
- Chen, H., Han, Y., & Wang, B. (2005). Inventory management research based on system dynamics. *Journal of Management Engineering*, 19(3), 132–140.
- Chopra, S., & Meindl, P. (2013). *Administración de Cadena de Suministro*. (Quinta, Ed.). Mexico: Pearson Educación. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Chase, R., Jacobs, R., & Aquilano, N. (2009). *Administración de operaciones. Producción y cadena de suministros*. (Duodécima, Ed.). Mexico: Mc-Graw Hill.
- Davis, K., Mockett, P., & Mata, A. (1986). *Modelos Cuantitativos Para Administración*.
- Dolgui, A., Ben Ammar, O., Hnaien, F., & Louly, M. A. O. (2013). A state of the art on supply planning and inventory control under lead time uncertainty. *Studies in Informatics and Control*, 22(2), 255–268. <https://doi.org/10.24846/v22i3y201302>
- Drezner, Z., & Scott, C. (2015). Approximate and exact formulas for the (Q, r) inventory model.

- Journal of Industrial & Management Optimization*, 11(1), 135–144.
- Ekren, B., & Örnek, A. (2008). A simulation based experimental design to analyze factors affecting production flow time. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 16(3), 278–293.
- Federgruen, A., & Zheng, Y. S. (1992). An efficient algorithm for computing an optimal (r, Q) policy in continuous review stochastic inventory systems. *Operations Research*, 40(4), 808–813.
- Federgruen, A., & Zheng, Y. S. (1992). An efficient algorithm for computing an optimal (r, Q) policy in continuous review stochastic inventory systems. *Operations Research*, 40(4), 808–813.
- Federgruen, A., & Zipkin, P. (1984). An efficient algorithm for computing optimal (s, S) policies. *Operations Research*, 32(6), 1268–1285.
- Feng, Y., & Xiao, B. (2000). A new algorithm for computing optimal (s, S) policies in a stochastic single item/location inventory system. *IIE Transactions*, 32(11), 1081–1090.
- Forrester, J.W. (1961). *Industrial Dynamics*. MIT Press, Cambridge, MA.
- Forrester, J.W. (1999). *Urban Dynamics*. Pegasus Communications.
- Forrester, Jay W. (2010). *System Dynamics: the Foundation Under Systems Thinking*, Balik, S. U., Keputusan, D. A. N. M. (2005). Sis. Retrieved from <http://static.clexchange.org/ftp/documents/system-dynamics/SD2011-01SDFoundationunderST.pdf>
- Fu-gui, D., Hui-mei, L., & Bing-de, L. (2012). Agent-based Simulation Model of Single Point Inventory System. *Systems Engineering Procedia*, 4(2011), 298–304. <https://doi.org/10.1016/j.sepro.2011.11.079>
- Gallagher, H., Morse, P. M., & Simond, M. (1959). Dynamics of two classes of continuous-review inventory systems. *Operations Research*, 7(3), 362–384.
- García, J. M. (2018). *Teoría y ejercicios prácticos de Dinámica De Sistemas*.
- Godichaud, M., & Amodeo, L. (2013). *Comparing inventory policies for closed-loop supply chain using simulation-based optimization*. IFAC Proceedings Volumes (IFAC-PapersOnline)

- (Vol. 46). IFAC. <https://doi.org/10.3182/20130619-3-RU-3018.00384>
- Graves, S. C. (1999). A single item inventory model for a nonstationary demand process. *Manufacturing & Service Operations Management*, 1(1), 50–61.
- Gutierrez, H., & De la Vara, R. (2008). *Analisis y diseño de experimentos*. McGraw-Hill International Education. <https://doi.org/10.3906/sag-1507-147>
- Gutiérrez, V., & Vidal, C. J. (2008). Modelos de gestión de inventarios en cadenas de abastecimiento: Revisión de la literatura. *Revista Facultad de Ingenieria*, (43), 134–149.
- Hadley, G., & Whitin, T. M. (1962). *Analysis of inventory systems*. Prentice Hall.
- Hiller, F., & Liberman, G. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones*. (Novena Edi).
- Ho, C. (1989). Evaluating the Impact of Operating Environments on MRP System Nervousness. *International Journal of Production Research*, 27, 1115–1135.
- Janssen, L., Sauer, J., Claus, T., & Nehls, U. (2018). Development and simulation analysis of a new perishable inventory model with a closing days constraint under non-stationary stochastic demand. *Computers and Industrial Engineering*, 118(November 2016), 9–22. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.02.016>
- Johansen, S. G., & Thorstenson, A. (1996). Optimal(r, Q) inventory policies with poisson demands and lost sales: discounted and undiscounted cases. *International Journal of Production Economics*, 46, 359–371.
- Kelle, P., & Silver, E. A. (1990). Safety Stock Reduction by Order Splitting. *Naval Research Logistics*, 37, 725–743.
- Kelton, W. D. (2004). Designing Simulation Experiments. *Proceedings - Winter Simulation Conference*, 1, 73–79. <https://doi.org/10.1201/b11089-9>
- Kim Cuc, V. T., Thi, N. T., & Le Thuy, N. T. (2019). A Simulation Modelling Approach for Selection of Inventory Policy in a Supply Chain. *Proceedings of 2019 International Conference on System Science and Engineering, ICSSE 2019*, 349–354. <https://doi.org/10.1109/ICSSE.2019.8823103>
- Kim, J. G., Sun, D., He, X. J., & Hayya, J. C. (2004). The (s,Q) Inventory Model with Erlang Lead

- Time and Deterministic Demand. *Naval Research Logistics*, 51, 906–923.
- Lau, A. H. L., & Lau, H. S. (2002). A comparison of different methods for estimating the average inventory level in a (Q, R) system with backorders. *International Journal of Production Economics*, 79(3), 303 – 316.
- Li, Jian, & Zheng, X. B. (2013). Producers inventory control system research based on system dynamics. *2013 10th International Computer Conference on Wavelet Active Media Technology and Information Processing, ICCWAMTIP 2013*, 273–278. <https://doi.org/10.1109/ICCWAMTIP.2013.6716647>
- Li, Jizi, Guo, P., & Zuo, Z. (2008). Inventory control model for mobile supply chain management. *Proceedings - The 2008 International Conference on Embedded Software and Systems Symposia, ICESS Symposia*, 459–463. <https://doi.org/10.1109/ICISS.Symposia.2008.85>
- Lievano, F., & Villada, J. G. (2013). Un modelo de dinámica de sistemas para la administración de inventarios. *Escuela de Ingenieria de Antioquia EIA*, 6(11), 121–135.
- Liu, H. C., Liu, L., & Liu, N. (2013). Risk evaluation approaches in failure mode and effects analysis: A literature review. *Expert Systems with Applications.*, 40(2).
- Mhada, F., Malhame, R., Pellerin, R., & Gharbi, A. (2013). (Q, S) models for inventory policy with random component procurement lead times. *Proceedings of 2013 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management, IEEE - IESM 2013*, (October).
- Montgomery, D. (2004). Diseño y análisis de experimentos. *Limusa Wiley*.
- Moon, I., & Gallego, G. (1994). Distribution Free Procedures for Some Inventory Models. *The Journal of the Operational Research Society*, 45(6), 651–658. <https://doi.org/10.2307/2584456>
- Oviedo-Trespalcacios, O., & Peñabaena, R. P. (2015). Optimización de sistemas simulados a través de técnicas de superficie de respuesta. *Ingeniare. Revista Chilena de Ingeniería*, 23(3), 421–428. <https://doi.org/10.4067/S0718-33052015000300011>
- Ozen, U., Dogru, M.K., and Tarim, S. A. (2010). Static dynamic uncertainty strategy for a single-

- item stochastic inventory control problem. *Omega*, 40(3), 348–357.
- Peña, D. (2005). *Analisis de Series Temporales*. (A. E. S.A., Ed.). Madrid.
- Robinson, S. (2004). *Simulation: the practice of model development and use*. Chichester: Wiley.
- Rossi, R., Kilic, O.A., and Tarim, S. A. (2015). Piecewise linear approximations for the static dynamic uncertainty strategy in stochastic lot sizing. *Omega*, 50, 126–140.
- S.R., & Render, B. (2012). *Métodos cuantitativos para los negocios*. Pearson, Mexico.
- Saha, E., & Ray, P. K. (2019). Modelling and analysis of inventory management systems in healthcare: A review and reflections. *Computers and Industrial Engineering*, 137(November 2018), 106051. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.106051>
- Salazar, J. C., & Zapata, A. B. (2009). Analysis and design of experiments applied to simulation studies. *DYNA (Colombia)*, 76(159), 249–257.
- Sandhu, M. A., Helo, P., & Kristianto, Y. (2013). Steel supply chain management by simulation modelling. *Benchmarking: An International Journal.*, 20(1), 45–61.
- Shenas, N. Y., Jahromi, A. E., & Yazdi, M. M. (2009). An efficient procedure for computing an optimal (R, Q) policy in continuous review systems with poisson demands and constant lead time. *Scientia Iranica. Transaction E, Industrial Engineering*, 16(2), 128.
- Silver, E. A. (2008). Inventory Management : An Overview , Canadian Publications , Practical Applications and Suggestions for Future Research. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 46(1), 15–28. <https://doi.org/10.3138/infor.46.1.15>
- Silver, E. A., Pyke, D. F., & Peterson, R. (1998). *Inventory Management and Planning and Scheduling*. (Wiley, Ed.) (3ed ed.). New York.
- Singh, D., & Verma, A. (2018). Inventory Management in Supply Chain. *Materials Today: Proceedings*, 5(2), 3867–3872. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2017.11.641>
- Snyder, R. D., Koehler, A. B., Hyndman, R. J., & Ord, J. K. (2004). Exponential smoothing models: Means and variances for lead-time demand. *European Journal of Operational Research*, 158(2), 444–455. [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(03\)00360-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(03)00360-6)

- Soto, M. A. (2013). *Fundamentos Teóricos de Simulación Discreta*. Postergraph, S.A.
- Sterman, J.D. (1997). Modeling managerial behavior: misperceptions of feedback in a dynamic decision making experiment. *Management Science*, 35(3).
- Sterman, John D. (2000). *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. Management. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601336>
- Taha, H. A. (2012). *Investigación de Operaciones* (Novena). Mexico: Pearson Educación.
- Takeda Berger, S. L., Tortorella, G. L., & Frazzon, E. M. (2018). Simulation-based analysis of inventory strategies in lean supply chains. *IFAC-PapersOnLine*, 51(11), 1453–1458. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.08.310>
- Torres, F., Ballesteros, F., & Villa, M. (2014). *Handbook of EOQ Inventory Problems*. *Handbook of EOQ inventory problems* (Vol. 197). <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7639-9>
- Valencia Cárdenas, M., Serna Diaz, F. J., & Correa Morales, C. J. (2015). Planeación de inventarios con demanda dinámica. Una revisión del estado del arte. *DYNA (Colombia)*, 82(190), 182–191. <https://doi.org/10.15446/dyna.v82n190.42828>
- van Kampen, T. J., Akkerman, R., & van Donk, D. P. (2012). SKU classification: A literature review and conceptual framework. *International Journal of Operations and Production Management*, 32(7), 850–876. <https://doi.org/10.1108/01443571211250112>
- Vargas, V. (2009). An optimal solution for the stochastic version of the wagner whitin dynamic lot size model. *European Journal of Operational Research*, 198(2), 447–451.
- Vidal Holguin, J. C. (2010). *Fundamentos de gestión de inventarios*. Universidad del Valle.
- Vidal Holguin, J. C., Londoño, J. C., & Contreras, F. (2004). Aplicación de Modelos de Inventarios en una Cadena de Abastecimiento de Productos de Consumo Masivo con una Bodega y N Puntos de Venta. *Ingeniería y Competitividad*, 6, 35–52. Retrieved from <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/1566>
- Wang, C. N., Dang, T. T., & Nguyen, N. A. T. (2020). A Computational Model for Determining Levels of Factors in Inventory Management Using Response Surface Methodology. *Mathematics*, 8(8), 1210. <https://doi.org/10.3390/math8081210>

Wang, S., Wang, Z., Zhao, J., & Han, Y. (2019). Research on Inventory Decision Based on Plant Simulation. *Proceedings - 2019 IEEE International Conference on Smart Manufacturing, Industrial and Logistics Engineering, SMILE 2019*, 112–116.
<https://doi.org/10.1109/SMILE45626.2019.8965273>

Ziukov, S. (2015). A literature review on models of inventory management under uncertainty. *Business Systems & Economics*, 5(1), 26. <https://doi.org/10.13165/vse-15-5-1-03>

Apéndice

Anexo 1. Ventas diarias en Kilogramos.

Día	Ventas tarros	Ventas KG	Día	Ventas tarros	Ventas en KG	Día	Ventas tarro	Ventas KG	Día	Ventas tarros	Ventas KG
1	39.00	19.38	61	40.00	19.88	121	25.00	12.43	181	41.00	20.38
2	36.00	17.89	62	56.00	27.83	122	41.00	20.38	182	33.00	16.40
3	34.00	16.90	63	47.00	23.36	123	5.00	2.49	183	50.00	24.85
4	47.00	23.36	64	39.00	19.38	124	41.00	20.38	184	2.00	0.99
5	35.00	17.40	65	52.00	25.84	125	15.00	7.46	185	43.00	21.37
6	28.00	13.92	66	22.00	10.93	126	71.00	35.29	186	38.00	18.89
7	40.00	19.88	67	22.00	10.93	127	24.00	11.93	187	56.00	27.83
8	45.00	22.37	68	31.00	15.41	128	11.00	5.47	188	46.00	22.86
9	38.00	18.89	69	54.00	26.84	129	26.00	12.92	189	38.00	18.89
10	26.00	12.92	70	11.00	5.47	130	21.00	10.44	190	41.00	20.38
11	46.00	22.86	71	52.00	25.84	131	51.00	25.35	191	35.00	17.40
12	40.00	19.88	72	44.00	21.87	132	27.00	13.42	192	39.00	19.38
13	5.00	2.49	73	14.00	6.96	133	27.00	13.42	193	42.00	20.87
14	58.00	28.83	74	68.00	33.80	134	65.00	32.31	194	48.00	23.86
15	5.00	2.49	75	41.00	20.38	135	20.00	9.94	195	46.00	22.86
16	28.00	13.92	76	25.00	12.43	136	39.00	19.38	196	30.00	14.91
17	58.00	28.83	77	57.00	28.33	137	56.00	27.83	197	56.00	27.83
18	10.00	4.97	78	53.00	26.34	138	43.00	21.37	198	33.00	16.40
19	55.00	27.34	79	41.00	20.38	139	49.00	24.35	199	56.00	27.83
20	58.00	28.83	80	41.00	20.38	140	1.00	0.50	200	54.00	26.84
21	52.00	25.84	81	42.00	20.87	141	33.00	16.40	201	35.00	17.40
22	44.00	21.87	82	32.00	15.90	142	72.00	35.78	202	15.00	7.46
23	21.00	10.44	83	7.00	3.48	143	19.00	9.44	203	37.00	18.39
24	64.00	31.81	84	58.00	28.83	144	34.00	16.90	204	35.00	17.40
25	22.00	10.93	85	9.00	4.47	145	28.00	13.92	205	24.00	11.93

Dia	Ventas tarros	Ventas KG	Dia	Ventas tarros	Ventas en KG	Dia	Ventas tarro	Ventas KG	Dia	Ventas tarros	Ventas KG
26	16.00	7.95	86	50.00	24.85	146	57.00	28.33	206	42.00	20.87
27	22.00	10.93	87	32.00	15.90	147	48.00	23.86	207	31.00	15.41
28	10.00	4.97	88	57.00	28.33	148	28.00	13.92	208	59.00	29.32
29	41.00	20.38	89	56.00	27.83	149	58.00	28.83	209	20.00	9.94
30	28.00	13.92	90	28.00	13.92	150	10.00	4.97	210	21.00	10.44
31	51.00	25.35	91	40.00	19.88	151	18.00	8.95	211	62.00	30.81
32	42.00	20.87	92	35.00	17.40	152	8.00	3.98	212	39.00	19.38
33	50.00	24.85	93	54.00	26.84	153	20.00	9.94	213	32.00	15.90
34	41.00	20.38	94	30.00	14.91	154	61.00	30.32	214	45.00	22.37
35	52.00	25.84	95	31.00	15.41	155	51.00	25.35	215	20.00	9.94
36	49.00	24.35	96	24.00	11.93	156	55.00	27.34	216	48.00	23.86
37	29.00	14.41	97	45.00	22.37	157	48.00	23.86	217	13.00	6.46
38	34.00	16.90	98	39.00	19.38	158	24.00	11.93	218	43.00	21.37
39	12.00	5.96	99	30.00	14.91	159	50.00	24.85	219	38.00	18.89
40	31.00	15.41	100	46.00	22.86	160	48.00	23.86	220	19.00	9.44
41	49.00	24.35	101	38.00	18.89	161	29.00	14.41	221	47.00	23.36
42	44.00	21.87	102	50.00	24.85	162	22.00	10.93	222	4.00	1.99
43	29.00	14.41	103	42.00	20.87	163	26.00	12.92	223	14.00	6.96
44	39.00	19.38	104	38.00	18.89	164	47.00	23.36	224	31.00	15.41
45	41.00	20.38	105	24.00	11.93	165	77.00	38.27	225	19.00	9.44
46	24.00	11.93	106	21.00	10.44	166	37.00	18.39	226	41.00	20.38
47	40.00	19.88	107	23.00	11.43	167	55.00	27.34	227	29.00	14.41
48	41.00	20.38	108	4.00	1.99	168	47.00	23.36	228	58.00	28.83
49	20.00	9.94	109	1.00	0.50	169	37.00	18.39	229	38.00	18.89
50	35.00	17.40	110	31.00	15.41	170	19.00	9.44	230	19.00	9.44
51	23.00	11.43	111	42.00	20.87	171	61.00	30.32	231	32.00	15.90
52	32.00	15.90	112	39.00	19.38	172	32.00	15.90	232	35.00	17.40
53	33.00	16.40	113	62.00	30.81	173	36.00	17.89	233	38.00	18.89
54	19.00	9.44	114	26.00	12.92	174	1.00	0.50	234	25.00	12.43
55	51.00	25.35	115	38.00	18.89	175	47.00	23.36	235	47.00	23.36
56	42.00	20.87	116	25.00	12.43	176	21.00	10.44	236	53.00	26.34
57	40.00	19.88	117	56.00	27.83	177	32.00	15.90	237	49.00	24.35
58	26.00	12.92	118	51.00	25.35	178	55.00	27.34	238	48.00	23.86
59	43.00	21.37	119	41.00	20.38	179	24.00	11.93	239	51.00	25.35
60	63.00	31.31	120	26.00	12.92	180	34.00	16.90			

Anexo 2.1 Configuración del modelo (Q,s) en Stella

Sistema s,Q,STM - STELLA

Edit View Equation Run Help

Acumulado_de_ventas(t) = Acumulado_de_ventas(t - dt) + (Flujo_de_ventas) * dt
 INIT Acumulado_de_ventas = 0
 INFLOWS:
 ➤ Flujo_de_ventas = Ventas_Proyectadas
 Acumulado_de_ventas_Realizadas(t) = Acumulado_de_ventas_Realizadas(t - dt) + (Flujo_ventas_efectivas) * dt
 INIT Acumulado_de_ventas_Realizadas = 0
 INFLOWS:
 ➤ Flujo_ventas_efectivas = Ventas_Efectivas
 Acumulado_de_Pedidos(t) = Acumulado_de_Pedidos(t - dt) + (Numero_de_Pedidos) * dt
 INIT Acumulado_de_Pedidos = 0
 INFLOWS:
 ➤ Numero_de_Pedidos = IF Emision_de_Pedido>0 THEN 1 ELSE 0
 Acum_Ventas_Perdidas(t) = Acum_Ventas_Perdidas(t - dt) + (Perdidas) * dt
 INIT Acum_Ventas_Perdidas = 0
 INFLOWS:
 ➤ Perdidas = VentasPerdidas
 Almacen(t) = Almacen(t - dt) + (Entrada_al_Almacen - Ventas_Efectivas) * dt
 INIT Almacen = 400
 INFLOWS:
 ➤ Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
 TRANSIT TIME = LT
 OUTFLOWS:
 ➤ Ventas_Efectivas = Ventas_Proyectadas
 Inventario_promedio_Acumulado(t) = Inventario_promedio_Acumulado(t - dt) + (Flujo_inventario_promedio) * dt
 INIT Inventario_promedio_Acumulado = 0
 INFLOWS:
 ➤ Flujo_inventario_promedio = Inventario_promedio_diario
 lead_time(t) = lead_time(t - dt) + (Emision_de_Pedido - Entrada_al_Almacen) * dt
 INIT lead_time = 0
 TRANSIT TIME = varies
 INFLOW LIMIT = INF
 CAPACITY = INF
 INFLOWS:
 ➤ Emision_de_Pedido = IF Almacen<Punto_de_reorden_s AND lead_time=0 THEN Cantidad_de_pedido_Q ELSE 0
 VTIMESTAMPED
 OUTFLOWS:
 ➤ Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
 TRANSIT TIME = LT
 Aleatorio = RANDOM(0,99.99)
 Cantidad_de_pedido_Q =

Sistema s,Q,STM - STELLA

Edit View Equation Run Help

Cantidad_de_pedido_Q =
 SQRT((2*Demanda_Anuar_D*Costo_de_Ordenar_A)/(Precio_de_Venta_Unitario*Costo_llevar_el_inventario_%))
 Cantidad_de_pedidos = Acumulado_de_Pedidos
 Cantidad_ventas_Perdidas = Acum_Ventas_Perdidas
 Costo_de_Ordenar_A = 197095.22
 Costo_de_Pedir = Cantidad_de_pedidos*Costo_de_Ordenar_A
 Costo_faltantes =
 Cantidad_ventas_Perdidas*(Precio_de_Venta_Unitario*Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante)
 Costo_llevar_el_inventario_% = 0.148
 Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios =
 Inventario_promedio*(Precio_de_Venta_Unitario*Costo_llevar_el_inventario_%)
 Costo_total = Costo_de_Pedir+Costo_faltantes+Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios
 Demanda_Anuar_D = Demanda_Promedio_Pronosticada_d*365
 Demanda_Promedio_Pronosticada_d = 18.626
 Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LT = Sigma1*SQRT(LT)
 Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante = 0.20
 GuK =
 ((Cantidad_de_pedido_Q/Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LT)*((1-Nivel_de_servicio_P2)/(Nivel_de_servicio_P2)))
 Inventario_promedio = Inventario_promedio_Acumulado/TIME
 Inventario_promedio_diario = IF ((Almacen+(Almacen-Ventas_Efectivas))/2)<0 THEN 0 ELSE ((Almacen+(Almacen-Ventas_Efectivas))/2)
 K = 0.12
 LT = 8
 MAD = 6.19
 Nivel_de_servicio_P2 = 0.975
 Nivel_de_servicio = IF Acumulado_de_ventas=0 THEN 0 ELSE (Acumulado_de_ventas_Realizadas/Acumulado_de_ventas)*100
 Precio_de_Venta_Unitario = 217973
 Punto_de_reorden_s = Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLT+SS
 Sigma1 = 1.25*MAD
 SS = K*Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LT
 Tiempo = IF Emision_de_Pedido=0 THEN TIME ELSE 0
 VentasPerdidas = IF Entrada_al_Almacen=0 AND Ventas_Proyectadas>Almacen THEN Ventas_Proyectadas-Almacen ELSE 0
 Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLT = Demanda_Promedio_Pronosticada_d*LT
 Ventas_Proyectadas = IF Aleatorio<=4.6 THEN RANDOM(0,4) ELSE IF Aleatorio<=10.04 THEN RANDOM(4,8) ELSE IF Aleatorio<=23.01 THEN RANDOM(8,12) ELSE IF Aleatorio<=38.91 THEN RANDOM(12,16) ELSE IF Aleatorio<=56.90 THEN RANDOM(16,20) ELSE IF Aleatorio<=76.57 THEN RANDOM(20,24) ELSE IF Aleatorio<=91.21 THEN RANDOM(24,28) ELSE

Anexo 2.2 Configuración del modelo (S,s) en Stella

Sistema s,S,STM - STELLA

File Edit View Equation Run Help

Acumulado_de_ventas(t) = Acumulado_de_ventas(t - dt) + (Flujo_de_ventas) * dt
 INIT Acumulado_de_ventas = 0
 INFLOWS:
 ➤ Flujo_de_ventas = Ventas_Proyectadas
 Acumulado_de_ventas_Realizadas(t) = Acumulado_de_ventas_Realizadas(t - dt) + (Flujo_ventas_efectivas) * dt
 INIT Acumulado_de_ventas_Realizadas = 0
 INFLOWS:
 ➤ Flujo_ventas_efectivas = Ventas_Efectivas
 Acumulado_de_Pedidos(t) = Acumulado_de_Pedidos(t - dt) + (Numero_de_Pedidos) * dt
 INIT Acumulado_de_Pedidos = 0
 INFLOWS:
 ➤ Numero_de_Pedidos = IF Emision_de_Pedido>0 THEN 1 ELSE 0
 Acum_Ventas_Perdidas(t) = Acum_Ventas_Perdidas(t - dt) + (Perdidas) * dt
 INIT Acum_Ventas_Perdidas = 0
 INFLOWS:
 ➤ Perdidas = VentasPerdidas
 Almacen(t) = Almacen(t - dt) + (Entrada_al_Almacen - Ventas_Efectivas) * dt
 INIT Almacen = 400
 INFLOWS:
 ➤ Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
 TRANSIT TIME = LT
 OUTFLOWS:
 ➤ Ventas_Efectivas = Ventas_Proyectadas
 Inventario_promedio_Acumulado(t) = Inventario_promedio_Acumulado(t - dt) + (Flujo_inventario_promedio) * dt
 INIT Inventario_promedio_Acumulado = 0
 INFLOWS:
 ➤ Flujo_inventario_promedio = Inventario_promedio_diario
 lead_time(t) = lead_time(t - dt) + (Emision_de_Pedido - Entrada_al_Almacen) * dt
 INIT lead_time = 0
 TRANSIT TIME = varies
 INFLOW LIMIT = INF
 CAPACITY = INF
 INFLOWS:
 ➤ Emision_de_Pedido = IF Almacen<Punto_de_reorden_s AND lead_time=0 THEN S ELSE 0
 VTIMESTAMPED
 OUTFLOWS:
 ➤ Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
 TRANSIT TIME = LT
 Aleatorio = RANDOM(0,99.99)
 B2_Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante = 0.2
 Cantidad_de_pedido_Q =

Sistema s,S,STM - STELLA

Edit View Equation Run Help

SQRT((2*Demanda_Anuar_D*Costo_de_Ordenar_A)/(Precio_de_Venta_Unitario*Costo_llevar_el_inventario_%))
 Cantidad_de_pedidos = Acumulado_de_Pedidos
 Cantidad_ventas_Perdidas = Acum_Ventas_Perdidas
 Costo_de_Ordenar_A = 197095.22
 Costo_de_Pedir = Cantidad_de_pedidos*Costo_de_Ordenar_A
 Costo_faltantes =
 Cantidad_ventas_Perdidas*(Precio_de_Venta_Unitario*B2_Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante)
 Costo_llevar_el_inventario_% = 0.148
 Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios =
 Inventario_promedio*(Precio_de_Venta_Unitario*Costo_llevar_el_inventario_%)
 Costo_total = Costo_de_Pedir+Costo_faltantes+Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios
 Demanda_Anuar_D = Demanda_Promedio_Pronosticada_d*365
 Demanda_Promedio_Pronosticada_d = 18.626
 Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LT = Sigma1*SQRT(LT)
 Inventario_promedio = Inventario_promedio_Acumulado/TIME
 Inventario_promedio_diario = IF ((Almacen+(Almacen-Ventas_Efectivas))/2)<0 THEN 0 ELSE ((Almacen+(Almacen-Ventas_Efectivas))/2)
 K = IF Regla_de_decion>1 THEN SQRT(2*LOGN(Regla_de_decion)) ELSE 0.12
 LT = 8
 MAD = 6.19
 Nivel_de_servicio = IF Acumulado_de_ventas=0 THEN 0 ELSE (Acumulado_de_ventas_Realizadas/Acumulado_de_ventas)*100
 Precio_de_Venta_Unitario = 217973
 Punto_de_reorden_s = Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLT+SS
 Regla_de_decion =
 (Demanda_Anuar_D*(Precio_de_Venta_Unitario*B2_Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante))/((SQRT(2*PI))*Cantidad_de_pedido_Q*Precio_de_Venta_Unitario*Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LT*Costo_llevar_el_inventario_%)
 S = (Cantidad_de_pedido_Q+Punto_de_reorden_s)/Almacen
 Sigma1 = 1.25*MAD
 SS = K*Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LT
 Tiempo = IF Emision_de_Pedido=0 THEN TIME ELSE 0
 VentasPerdidas = IF Entrada_al_Almacen=0 AND Ventas_Proyectadas>Almacen THEN Ventas_Proyectadas-Almacen ELSE 0
 Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLT = Demanda_Promedio_Pronosticada_d*LT
 Ventas_Proyectadas = IF Aleatorio<=4.6 THEN RANDOM(0,4) ELSE IF Aleatorio<=10.04 THEN RANDOM(4,8) ELSE IF Aleatorio<=23.01 THEN RANDOM(8,12) ELSE IF Aleatorio<=38.91 THEN RANDOM(12,16) ELSE IF Aleatorio<=56.90 THEN RANDOM(16,20) ELSE IF Aleatorio<=76.57 THEN RANDOM(20,24) ELSE IF Aleatorio<=91.21 THEN RANDOM(24,28) ELSE

Anexo 2.3 Configuración del modelo (R,s) en Stella

Sistema R,s,STM - STELLA

Equation

- Acumulado_de_ventas(t) = Acumulado_de_ventas(t - dt) + (Flujo_de_ventas) * dt
- INIT Acumulado_de_ventas = 0
- INFLOWS:
 - Flujo_de_ventas = Ventas_Proyectadas
- Acumulado_de_ventas_Realizadas(t) = Acumulado_de_ventas_Realizadas(t - dt) + (Flujo_ventas_efectivas) * dt
- INIT Acumulado_de_ventas_Realizadas = 0
- INFLOWS:
 - Flujo_ventas_efectivas = Ventas_Efectivas
- Acumulado_de_Pedidos(t) = Acumulado_de_Pedidos(t - dt) + (Numero_de_Pedidos) * dt
- INIT Acumulado_de_Pedidos = 0
- INFLOWS:
 - Numero_de_Pedidos = IF Emision_de_Pedido>0 THEN 1 ELSE 0
- Acum_Ventas_Perdidas(t) = Acum_Ventas_Perdidas(t - dt) + (Perdidas) * dt
- INIT Acum_Ventas_Perdidas = 0
- INFLOWS:
 - Perdidas = Ventas_Perdidas
- Almacen(t) = Almacen(t - dt) + (Entrada_al_Almacen - Ventas_Efectivas) * dt
- INIT Almacen = 400
- INFLOWS:
 - Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
- TRANSIT TIME = LT
- OUTFLOWS:
 - Ventas_Efectivas = Ventas_Proyectadas
- Inventario_promedio_Acumulado(t) = Inventario_promedio_Acumulado(t - dt) + (Flujo_inventario_promedio) * dt
- INIT Inventario_promedio_Acumulado = 0
- INFLOWS:
 - Flujo_inventario_promedio = Inventario_promedio_diario
- lead_time(t) = lead_time(t - dt) + (Emision_de_Pedido - Entrada_al_Almacen) * dt
- INIT lead_time = 0
- TRANSIT TIME = varies
- INFLOW LIMIT = INF
- CAPACITY = INF
- INFLOWS:
 - Emision_de_Pedido = IF lead_time=0 THEN PULSE(Cantidad_maxima_a_pedir,S,Almacen,0,R_en_dias) ELSE 0
- OUTFLOWS:
 - Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
- TRANSIT TIME = LT
- Alatorio = RANDOM(0,99.99)
- Cantidad_de_pedidos = Acumulado_de_Pedidos

Map

- Cantidad_Q = $\text{SQRT}((2 * \text{Demanda_Anual_D} * \text{Costo_de_Ordenar_A}) / (\text{Precio_de_Venta_Unitario} * (\text{Costo_llevar_el_inventario_}\% * 13)))$
- Costo_de_Ordenar_A = 197095.22 * 1.15
- Costo_de_Pedir = Cantidad_de_pedidos * Costo_de_Ordenar_A
- Costo_faltantes =
- Cantidad_ventas_Perdidas * (Precio_de_Venta_Unitario * Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante_B2)
- Costo_llevar_el_inventario_% = 0.0114
- Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios =
- Inventario_promedio * (Precio_de_Venta_Unitario * Costo_llevar_el_inventario_% * 13)
- Costo_total = Costo_de_Pedir + Costo_faltantes + Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios
- Demanda_Anual_D = Demanda_Promedio_Pronosticada_d * 365
- Demanda_Promedio_Pronosticada_d = 18.626
- Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR = $\text{Sigma} * 1 * \text{SQRT}(\text{LT} + \text{R_en_dias})$
- Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante_B2 = 0.20
- Inventario_promedio = Inventario_promedio_Acumulado / TIME
- Inventario_promedio_diario = IF ((Almacen + (Almacen - Ventas_Efectivas)) / 2) > 0 THEN 0 ELSE ((Almacen + (Almacen - Ventas_Efectivas)) / 2)
- K = 0.48
- LT = 8
- MAD = 6.19
- Nivel_de_servicio = IF Acumulado_de_ventas=0 THEN 0 ELSE (Acumulado_de_ventas_Realizadas / Acumulado_de_ventas) * 100
- Precio_de_Venta_Unitario = 217973
- R_en_dias = $\text{ROUND}(((\text{Cantidad_Q} / \text{Demanda_Anual_D}) * 365))$
- Sigma1 = 1.25 * MAD
- SS = K * Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR
- Tiempo = IF Emision_de_Pedido=0 THEN TIME ELSE 0
- Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLR = Demanda_Promedio_Pronosticada_d * (LT + R_en_dias)
- Ventas_Perdidas = IF Entrada_al_Almacen=0 AND Ventas_Proyectadas > Almacen THEN Ventas_Proyectadas - Almacen ELSE 0
- Ventas_Proyectadas = IF Aleatorio <= 4 THEN RANDOM(0,4) ELSE IF Aleatorio <= 10.04 THEN RANDOM(4,8) ELSE IF Aleatorio <= 23.01 THEN RANDOM(8,12) ELSE IF Aleatorio <= 38.91 THEN RANDOM(12,16) ELSE IF Aleatorio <= 56.90 THEN RANDOM(16,20) ELSE IF Aleatorio <= 76.57 THEN RANDOM(20,24) ELSE IF Aleatorio <= 91.21 THEN RANDOM(24,28) ELSE IF Aleatorio <= 97.90 THEN RANDOM(28,32) ELSE IF Aleatorio <= 99.57 THEN RANDOM(32,36) ELSE IF Aleatorio <= 99.99 THEN RANDOM(36,40) ELSE 0

Anexo 2.4 Configuración del modelo (R,s,S) en Stella

Sistema R,s,S,STM - STELLA

Equation

- Acumulado_de_ventas(t) = Acumulado_de_ventas(t - dt) + (Flujo_de_ventas) * dt
- INIT Acumulado_de_ventas = 0
- INFLOWS:
 - Flujo_de_ventas = Ventas_Proyectadas
- Acumulado_de_ventas_Realizadas(t) = Acumulado_de_ventas_Realizadas(t - dt) + (Flujo_ventas_efectivas) * dt
- INIT Acumulado_de_ventas_Realizadas = 0
- INFLOWS:
 - Flujo_ventas_efectivas = Ventas_Efectivas
- Acumulado_de_Pedidos(t) = Acumulado_de_Pedidos(t - dt) + (Numero_de_Pedidos) * dt
- INIT Acumulado_de_Pedidos = 0
- INFLOWS:
 - Numero_de_Pedidos = IF Emision_de_Pedido>0 THEN 1 ELSE 0
- Acum_Ventas_Perdidas(t) = Acum_Ventas_Perdidas(t - dt) + (Perdidas) * dt
- INIT Acum_Ventas_Perdidas = 0
- INFLOWS:
 - Perdidas = Ventas_Perdidas
- Almacen(t) = Almacen(t - dt) + (Entrada_al_Almacen - Ventas_Efectivas) * dt
- INIT Almacen = 400
- INFLOWS:
 - Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
- TRANSIT TIME = LT
- OUTFLOWS:
 - Ventas_Efectivas = Ventas_Proyectadas
- Inventario_promedio_Acumulado(t) = Inventario_promedio_Acumulado(t - dt) + (Flujo_inventario_promedio) * dt
- INIT Inventario_promedio_Acumulado = 0
- INFLOWS:
 - Flujo_inventario_promedio = Inventario_promedio_diario
- lead_time(t) = lead_time(t - dt) + (Emision_de_Pedido - Entrada_al_Almacen) * dt
- INIT lead_time = 0
- TRANSIT TIME = varies
- INFLOW LIMIT = INF
- CAPACITY = INF
- INFLOWS:
 - Emision_de_Pedido = IF lead_time=0 AND Almacen <= POR_s THEN PULSE(Cantidad_maxima_a_pedir,S,Almacen,0,R_en_dias) ELSE 0
- OUTFLOWS:
 - Entrada_al_Almacen = CONVEYOR OUTFLOW
- TRANSIT TIME = LT
- Alatorio = RANDOM(0,99.99)
- Cantidad_de_pedidos = Acumulado_de_Pedidos

Map

- Cantidad_maxima_a_pedir_S = MIN(S1,S0)
- Cantidad_ventas_Perdidas = Acum_Ventas_Perdidas
- Cantidad_Q = $\text{SQRT}((2 * \text{Demanda_Anual_D} * \text{Costo_de_Ordenar_A}) / (\text{Precio_de_Venta_Unitario} * (\text{Costo_llevar_el_inventario_}\% * 13)))$
- Costo_de_Ordenar_A = 197095.22 * 1.15
- Costo_de_Pedir = Cantidad_de_pedidos * Costo_de_Ordenar_A
- Costo_faltantes =
- Cantidad_ventas_Perdidas * (Precio_de_Venta_Unitario * Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante_B2)
- Costo_llevar_el_inventario_% = 0.0114
- Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios =
- Inventario_promedio * (Precio_de_Venta_Unitario * Costo_llevar_el_inventario_% * 13)
- Costo_total = Costo_de_Pedir + Costo_faltantes + Costo_Promedio_de_Mantener_inventarios
- Demanda_Anual_D = Demanda_Promedio_Pronosticada_d * 365
- Demanda_Promedio_Pronosticada_d = 18.626
- Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR = $\text{Sigma} * 1 * \text{SQRT}(\text{LT} + \text{Periodo_de_revisión_R_en_años} * 365)$
- Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante_B2 = 0.20
- Inventario_promedio = Inventario_promedio_Acumulado / TIME
- Inventario_promedio_diario = IF ((Almacen + (Almacen - Ventas_Efectivas)) / 2) > 0 THEN 0 ELSE ((Almacen + (Almacen - Ventas_Efectivas)) / 2)
- K = 0.48
- LT = 8
- MAD = 6.19
- Nivel_de_servicio = IF Acumulado_de_ventas=0 THEN 0 ELSE (Acumulado_de_ventas_Realizadas / Acumulado_de_ventas) * 100
- Periodo_de_revisión_R_en_años = Cantidad_Q / Demanda_Anual_D
- POR_s = MIN(Sp,S0)
- Precio_de_Venta_Unitario = 217973
- Qp = $(1.3 * ((Xr) * 0.494)) / (((\text{Costo_de_Ordenar_A}) / (\text{Costo_llevar_el_inventario_}\% * \text{Precio_de_Venta_Unitario})) * 0.506 * (1 + (\text{Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR} * 2) / (Xr * 2))) * 0.116$
- R_en_dias = $\text{ROUND}((\text{Periodo_de_revisión_R_en_años} * 365))$
- S0 = Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLR + SS
- S1 = Qp + Sp
- Sigma1 = 1.25 * MAD
- Sp = $0.973 * \text{Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLR} + \text{Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR} * ((0.183 * 2) - 1.063 * 2^{192 * 2})$
- SS = K * Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR
- Tiempo = IF Emision_de_Pedido=0 THEN TIME ELSE 0
- Ventas_en_el_pedido_de_reposicion_xLR = Demanda_Promedio_Pronosticada_d * (LT + Periodo_de_revisión_R_en_años * 365)
- Ventas_Perdidas = IF Entrada_al_Almacen=0 AND Ventas_Proyectadas > Almacen THEN Ventas_Proyectadas - Almacen ELSE 0
- Ventas_Proyectadas = IF Aleatorio <= 4 THEN RANDOM(0,4) ELSE IF Aleatorio <= 10.04 THEN RANDOM(4,8) ELSE IF Aleatorio <= 23.01 THEN RANDOM(8,12) ELSE IF Aleatorio <= 38.91 THEN RANDOM(12,16) ELSE IF Aleatorio <= 56.90 THEN RANDOM(16,20) ELSE IF Aleatorio <= 76.57 THEN RANDOM(20,24) ELSE IF Aleatorio <= 91.21 THEN RANDOM(24,28) ELSE IF Aleatorio <= 97.90 THEN RANDOM(28,32) ELSE IF Aleatorio <= 99.57 THEN RANDOM(32,36) ELSE IF Aleatorio <= 99.99 THEN RANDOM(36,40) ELSE 0
- Xr = Demanda_Anual_D / Periodo_de_revisión_R_en_años
- Z =
- $\text{SQRT}((Qp * (\text{Costo_llevar_el_inventario_}\%)) / (\text{Desviacion_de_la_demanda_pronosticada_en_LTR} * \text{Fraccion_de_costo_por_unidad_faltante_B2}))$

Anexo 3. Corridas experimentales para el DCA

COSTO TOTAL				
Modelo	s,Q	S,s	R,S	R,s,S
1	17911784	16477769	13817282	13972377
2	18589145	13400330	12941871	14962143
3	19274335	17800873	15692309	15327021
4	16070804	17013452	12080153	10683399
5	17777883	17465151	11813508	14761611
6	15093818	15967665	14591994	11729286
7	17757197	20019172	13844859	15201091
8	21543310	16606644	15679022	13911980
9	17411311	15864586	15784198	13300027
10	16524240	14079090	11758715	12797771
11	14144373	18851950	13464274	14317602
12	18871747	16352961	12194193	17166377
13	11762197	14414879	15588874	17176031
14	14987971	20293400	10755229	11564203
15	19013021	15524996	13534638	14507346
16	13279020	18006906	12783104	15918679
17	13786294	14675228	18019308	20886923
18	15639615	14096861	14472061	12365455
19	17488331	16998915	14561393	14452125
20	17339872	23431257	14458974	12952983
21	18694686	16182676	17135146	15871217
22	17748176	17660103	14706615	16289618
23	20697139	15425005	12368376	12437835
24	20198424	16385362	15443798	15679059
25	12377473	11946323	19068739	14829049
26	17402085	13634107	14932093	13002572
27	15613572	15134146	13080291	15727070
28	18671661	11144391	15261564	11950434
29	14615629	14575261	12872128	12161537
30	14343816	13196030	13073261	12604752